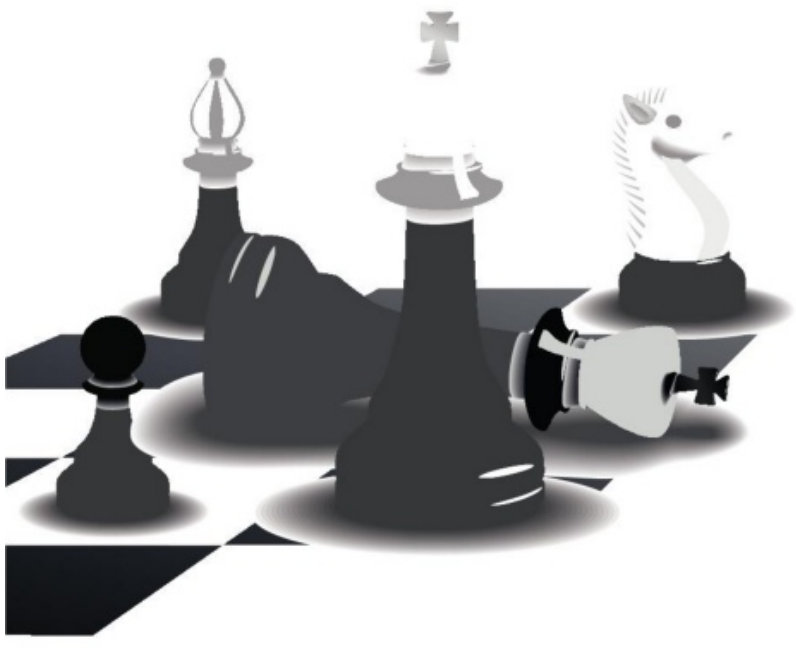
6

Primaria

Razonamiento Matemático

Edición Digital



Perú

GENIO MATIC

Razonamiento Matemático 6

Primaria

Autor
Hernán Hernández Bautista

Copyright©Hernán Hernández

Primera edición 2021

Asesoría Académica
Mg. Liz Limaylle Guzmán

Diseño y Diagramación
Gino Moisés Samamé Lobatón

Editado por: GENIOMATIC E.I.R.L.
Jr. Flosferri N° 616, Urb. Inca Manco Cápac II Etapa,
San Juan de Lurigancho, Lima
Telf.: (01) 767 0437
geniomaticeirl@gmail.com
www.geniomatic.com

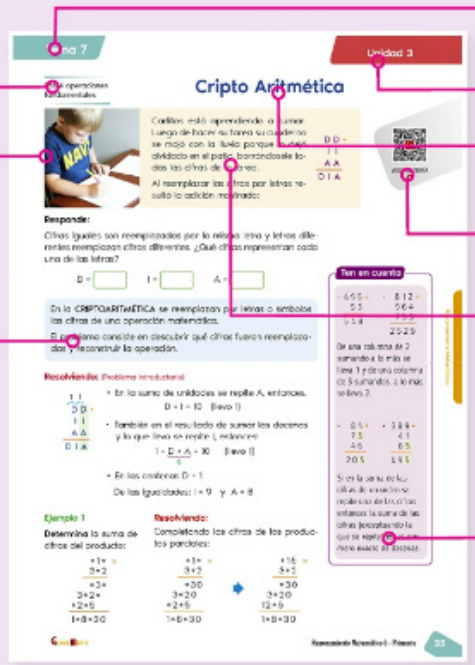
Primera edición: Enero 2021

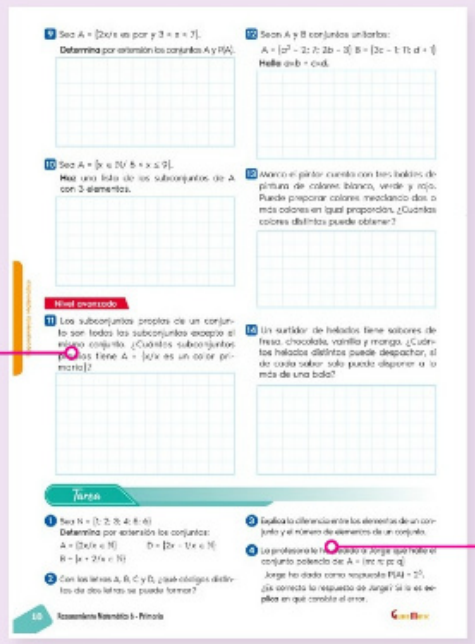
EDICIÓN DITITAL 2021

Obra producida por **GENIOMATIC E.I.R.L.**
Prohibida la reproducción total o parcial de este libro, por cualquier medio,
sin permiso escrito del autor.

Cómo está organizado tu cuaderno de actividades

CONTENIDO DE LA UNIDAD





Conocimientos previos
Son los conocimientos previos que debes tener para abordar exitosamente el tema a tratar.

Imagen
Imagen que ilustra el contexto de la situación problemática inicial.

Formalización
Contiene definiciones, conceptos y generalizaciones de los contenidos matemáticos.

Actividades
Bajo el enfoque de resolución de problemas, los conceptos matemáticos adquieren significado en la medida en que nos ayudan resolver diversos problemas del entorno real.

Se formulan un conjunto de problemas de diferentes contextos organizados según la demanda cognitiva.

Número del tema

Número de la unidad

Título del tema

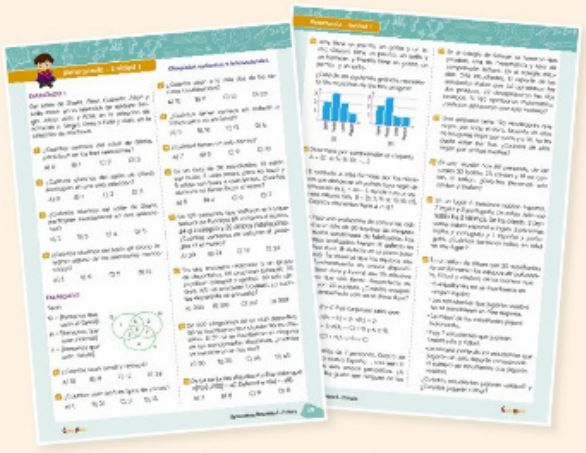
Uso del TIC: Código QR
Escaneando este código con tu teléfono celular podrás ver el video de la clase correspondiente al tema.

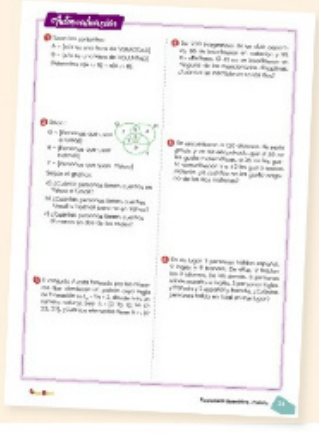
Conflicto cognitivo
Se formula una pregunta que explora los saberes previos y plantea un problema nuevo que deberás resolver con el desarrollo del tema.

Información complementaria
Lecturas, notas, observaciones, historias y recursos tecnológicos que contribuyen a reforzar y recrear el tema.

Actividades para la casa
Problemas que debes desarrollar individualmente en casa para fortalecer y acentuar las estrategias utilizadas.

REFORZANDO Y AUTOEVALUACIÓN





Reforzando la unidad
Luego de cada unidad se plantea un conjunto de problemas formulados en diversos concursos y olimpiadas nacionales e internacionales de matemáticas, que servirán para reforzar, complementar, profundizar y evaluar las capacidades desarrolladas durante el bimestre.

Son problemas variados de acuerdo a la demanda cognitiva, porque incluye diversas capacidades y competencias, así como de naturaleza intra y extra matemática.

Se ha enfatizado en formular preguntas y problemas contextualizados a fin de que el estudiante explore los conceptos matemáticos abstractos en situaciones reales.

Autoevaluación
La autoevaluación es una necesidad para conocer el avance del estudiante respecto a su proceso de aprendizaje.

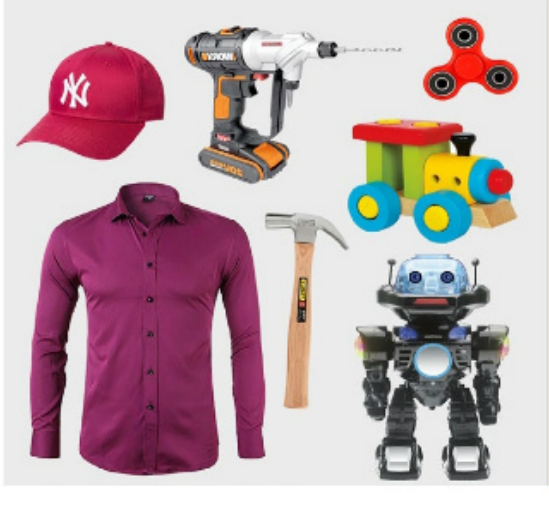
Contiene un conjunto de 6 a 8 preguntas que invitan al estudiante a dar una mirada introspectiva de su aprendizaje en los contenidos, las capacidades desarrolladas y en contextos intra matemáticos y extra matemáticos.

ÍNDICE

UNIDAD	TEMAS		N° PÁGINA
1	Tema 01	Conjuntos: Representación, determinación e inclusión	5
	Tema 02	Operacones con conjuntos	11
	Tema 03	Problemas de conjuntos	15
		Reforzando - Unidad 1	19
2	Tema 04	Juegos lógicos	22
	Tema 05	Sucesiones literales y gráficas	26
	Tema 06	Sudoku	29
		Reforzando - Unidad 2	32
3	Tema 07	Criptoaritmética	35
	Tema 08	Conteo de intervalos	39
	Tema 09	Trazo de figuras	43
		Reforzando - Unidad 3	46
4	Tema 10	Conteo de segmentos, ángulos y triángulos	49
	Tema 11	Conteo de cuadriláteros	53
	Tema 12	Conteo de cubos	57
		Reforzando - Unidad 4	61
5	Tema 13	Ordenamiento de información	64
	Tema 14	Regla de conjunta	69
	Tema 15	Método de las operaciones inversas	73
		Reforzando - Unidad 5	77
6	Tema 16	Falsa suposición	80
	Tema 17	Tabla de decisiones	84
	Tema 18	Planteo de ecuaciones	88
		Reforzando - Unidad 6	92
7	Tema 19	Problema de edades	95
	Tema 20	Problemas de fracciones I	99
	Tema 21	Problemas de fracciones II	104
		Reforzando - Unidad 7	108
8	Tema 22	Operadores matemáticos	111
	Tema 23	Perímetros	115
	Tema 24	Áreas	119
		Reforzando - Unidad 8	123

Noción de conjunto como agrupación

Conjuntos: Representación, determinación e inclusión



Celso y su hijo Celso Junior cumplen años el mismo día. La madre del menor quiere regalar una herramienta al esposo y un juguete al hijo. En la tienda donde suele comprar, encuentra los objetos mostrados.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

1. El regalo de Celso lo elije del grupo de: _____

2. El regalo del hijo lo elige del grupo de: _____

3. ¿Qué objetos no son apropiados para el regalo?

_____

Representación

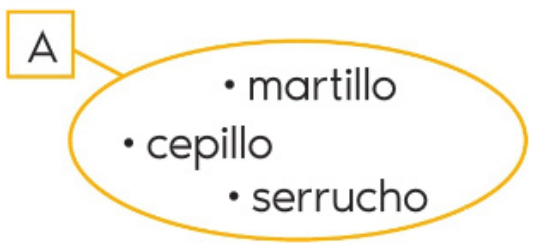
- **Simbólicamente**

A = {martillo, serrucho, cepillo}

Nombre — Elementos

Un conjunto se representa simbólicamente nombrándolo con una letra mayúscula y mencionando todos sus elementos entre llaves.

- **Gráficamente**



Gráficamente se representa mediante diagramas de Venn, que son curvas cerradas dentro de las cuales se ubican los elementos.

Ten en cuenta

Conjunto

Agrupación de objetos, animales o personas, los cuales poseen una característica común y se denominan elementos del conjunto.

Pertenencia

Cuando un elemento es miembro de un conjunto se dice que le pertenece y se simboliza con $\in$ y cuando no pertenece, con $\notin$.

$x \in A$: se lee "x es un elemento de A ó x pertenece a A"

Razonamiento Matemático

Ejemplo 1

Sea E el conjunto de las estaciones del año. **Representa** simbólica y gráficamente.

Ejemplo 2

Según el conjunto E del ejemplo 1, **indica** si es verdadero (V) o falso (F) y **completa** con $\in$ o $\notin$, según corresponda.

a) Verano $\in$ E ( )

Abril $\in$ E ( )

Jueves $\notin$ E ( )

b) Primavera ☐ E

Otoño ☐ E

Agosto ☐ E

Cardinal de un conjunto

Es el número de elementos del conjunto. Se denota por:

n(A): Se lee "cardinal de A" o "número de elementos de A"

Ejemplo 3

Indica el cardinal de los conjuntos dados:

a) V = {a, e, i, o u} ⇒ n(V) = ☐

b) M = {meses del año} ⇒ n(M) = ☐

Determinación

Determinar un conjunto es precisar cuáles son sus elementos, y se puede realizar de dos maneras:

Por extensión	Por comprensión
Nombrando cada uno de sus elementos	Nombrando una característica común de los elementos lo que permite saber si pertenecen o no al conjunto.
M = {Melchor, Gaspar, Baltazar}	M = {x/x es un Rey Mago} Se lee: "El conjunto M está formado por elementos x tal que x, es un Rey Mago".

Ejemplo 4

Responde:

a) Si un conjunto tiene muchos elementos, ¿determinarías por extensión o por comprensión? Justifica tu respuesta.

_____

_____

b) Usando conjuntos, ¿cómo podrías comunicar al alcalde de tu distrito que todos los colegios de su jurisdicción están participando en un campeonato de fútbol?

_____

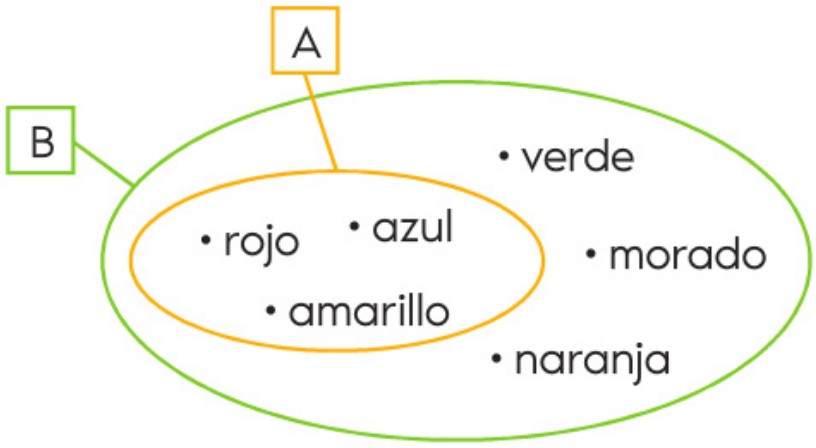
_____

Relación de inclusión

Sean los conjuntos:

A = {azul, amarillo, rojo}

B = {azul, amarillo, rojo, verde, naranja, morado}



Se observa que todos los elementos de ☐ son elementos de ☐.

Entonces: $A \subset B$ { • A está incluido en B • A es subconjunto de B

Ejemplo 5

Dado el conjunto L = {a, b, c, d}

a) Califica como verdadero (V) o como falso (F):

- $a \in L$ ( )
- $\{a, e\} \subset L$ ( )
- $\{b, c\} \subset L$ ( )
- $\{b, c\} \in L$ ( )

b) Completa con $\in$, $\notin$, $\subset$ o $\not\subset$, según corresponda.

- b ☐ L
- {a, d} ☐ L
- {a} ☐ L
- {a, b, e} ☐ L

Conjunto de conjuntos

Sean los conjuntos: A = {x/x es un carnívoro}

B = {x/x es un cetáceo}

C = {x/x es un mamífero}

El conjunto de mamíferos está formado por diversas especies de animales, o sea, está formado por conjuntos, es un conjunto de conjuntos.

Ten en cuenta

Clasificación de conjuntos

- **Conjunto finito**

  Tiene un número limitado de elementos. Entre ellos tenemos:

  - Conjunto vacío

    No tiene elementos y se denota por ∅ o { }

  - Conjunto unitario

    Tiene un solo elemento.

- **Conjunto infinito**

  Tiene infinitos elementos.

Ten en cuenta

Subconjuntos

Dado un conjunto, sus subconjuntos son los conjuntos formados con todos o parte de sus elementos.

El conjunto nulo es subconjunto de cualquier conjunto.

Si A = {a, b, c}

Los subconjuntos de A son:

∅, {a}, {b}, {c}

{a, b}, {a, c}, {b, c} y

{a, b, c}

Conjunto potencia

En su juguería Mabel dispone del conjunto de frutas dado por A = {papaya, fresa, tuna}.

Un jugo se puede preparar con una fruta o mezclando frutas en la misma proporción.

Un día, a las 8 de la mañana, Mabel se dispone a atender a los clientes. ¿Qué puede ocurrir en los 10 primeros minutos?

Puede que no haya ningún pedido de jugo, o que alguien pida un jugo de papaya, o un surtido, etc.

Expresa matemáticamente, mediante conjuntos, todas las posibilidades y para referirte a las frutas utiliza las iniciales.

_____

_____

Razonamiento Matemático

Dado un conjunto A, se denomina conjunto potencia de A, y se denota por P(A), al conjunto formado por todos los subconjuntos de A.

Ejemplo 6

a) Sea A = {*m*, *n*} $\Rightarrow$ P(A) = { _____

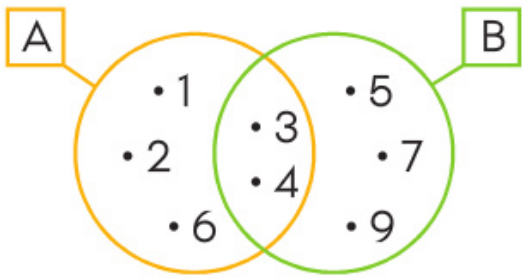
b) Sea M = {2, 3, 5} $\Rightarrow$ P(M) = { _____

Ejemplo 7

Con referencia al ejemplo 6, Completa: • nP(A) = ☐ • nP(M) = ☐

Nivel básico

1 Dado el diagrama de Venn:



Determina si es verdadero (V) o falso (F).

a) $4 \in A$

b) $3 \in B$

c) $7 \notin A$

d) $\{1; 3\} \subset A$

e) $\{3; 6; 9\} \subset B$

f) P(A) = 32

2 Consideremos las siguientes proposiciones:

a) Si A tiene 5 elementos y B, 4 elementos, entonces n(A) + n(B) = 9

b) Si n(B) = 3 entonces n P(B) = 8

c) Si n(A) = n(B), entonces A = B

¿Cuáles son verdaderos?

GENIO MATIC

3 Sea A = {1; 2; 3; 4; 5; 6}. **Determina** por extensión los conjuntos:

B = {2x/x ∈ A} C = {x ∈ ℕ/2x ∈ A}

4 Si A = {x − 1; 3; 5 − y} es unitario, **halla** x + y.

5 Dado el conjunto:

A = {x/x es un día de la semana}

evalúa si es verdadero (V) o falso (F)

a) A = 7 ( ) c) {Martes} ⊂ A ( )

b) Lunes ⊂ A ( ) d) n(A) = 7 ( )

Nivel intermedio

6 **Determina** por comprensión los conjuntos:

A = {enero, febrero, ... diciembre}

B = {2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18}

7 Sean los conjuntos: A = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7},

B = {x/2x ∈ A y x ∈ ℕ} y C = {2x/x ∈ A}

Determina la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones:

a) B = C ( ) c) n(B) = 3 ( )

b) n(C) > n(B) ( )

8 **Califica** como verdadero (V) o falso (F) las proposiciones:

a) Si A es un conjunto unitario,
⇒ A = 1 ( )

b) Si B = {1; 1; 1; 2; 2} ⇒ n(B) = 5 ( )

c) Si C = {x − 2; 6 − x} es unitario
⇒ x = 4 ( )

Razonamiento Matemático

9 Sea A = {2x/x es par y 3 < x < 7}.

Determina por extensión los conjuntos A y P(A).

10 Sea A = {$x \in \mathbb{N}$/ $5 < x \leq 9$}.

Haz una lista de los subconjuntos de A con 3 elementos.

Nivel avanzado

11 Los subconjuntos propios de un conjunto son todos los subconjuntos excepto el mismo conjunto. ¿Cuántos subconjuntos propios tiene A = {x/x es un color primario}?

12 Sean A y B conjuntos unitarios:

A = {$a^2 - 2$; 7; $2b - 3$} B = {$3c - 1$; 11; $d + 1$}

Halla $a \times b + c \times d$.

13 El pintor Marco cuenta con tres baldes de pintura de colores blanco, verde y rojo. Puede preparar colores mezclando dos o más colores en igual proporción. ¿Cuántos colores distintos puede obtener?

14 Un surtidor de helados tiene sabores de fresa, chocolate, vainilla y mango. ¿Cuántos helados distintos puede despachar, si de cada sabor solo puede disponer a lo más de una bola?

Tarea

1 Sea N = {1; 2; 3; 4; 5; 6}

Determina por extensión los conjuntos:

A = {$2x/x \in \mathbb{N}$} D = {$2x - 1/x \in \mathbb{N}$}

B = {$x + 2/x \in \mathbb{N}$}

2 Con las letras A, B, C y D, ¿qué códigos distintos de dos letras se puede formar?

3 **Explica** la diferencia entre los elementos de un conjunto y el número de elementos de un conjunto.

4 La profesora le ha pedido a Jorge que halle el conjunto potencia de: A = {m; n; p; q}

Jorge ha dado como respuesta $P(A) = 2^5$.

¿Es correcta la respuesta de Jorge? Si lo es **explica** en qué consiste el error.

Operaciones con conjuntos

Determinación y cardinal de conjuntos

La tabla muestra una encuesta realizada a cinco personas sobre el consumo de carne y pescado.

Nombre	Carne	Pescado
Eva	no	sí
Martín	sí	sí
Jesús	sí	sí
Lalo	no	sí
Lucio	sí	no

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

1. ¿Cuántos consumen carne o pescado? _____
2. ¿Cuántos consumen carne y pescado? _____
3. ¿Cuántos consumen carne pero no pescado? _____
4. ¿Cuántos no consumen carne? _____

Unión (∪)

La unión de dos conjuntos A y B está formado por los elementos de A, los elementos de B y los elementos comunes.

Matemáticamente se define así:

$A \cup B = \{x/x \in A \vee x \in B\}$ $(\vee = o)$

Intersección (∩)

La intersección de dos conjuntos A y B está formado por los elementos comunes de A y B.

Matemáticamente se define así:

$A \cap B = \{x/x \in A \wedge x \in B\}$ $(\wedge = y)$

Diferencia (–)

La diferencia de dos conjuntos A y B está formado por los elementos de A que no pertenecen a B.

$A - B = \{x/x \in A \wedge x \notin B\}$

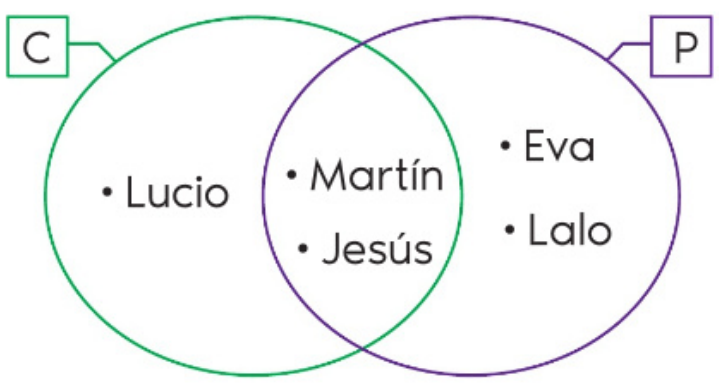
Complemento (A')

El complemento de un conjunto A está formado por los elementos de A que no pertenecen al conjunto Universo de A.

$A' = \{x/x \in U \wedge x \notin A\}$

Resolviendo: (Problema introductorio)

Sean los conjuntos C = {comen carne} y P = {comen pescado}



1. Comen carne o pescado:
   $C \cup P$ = {Lucio, Martín, Jesús, Eva, Lalo}
2. Comen carne y pescado : $C \cap P$ = {Martín, Jesús}
3. Comen carne pero no pescado: C – P = {Lucio}
4. No comen carne: C' = {Eva, Lalo}

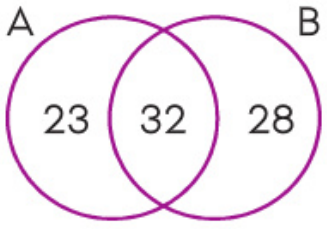
Ejemplo 1

En una reunión de padres de familia, 32 padres tienen hijas mujeres y acudieron en su movilidad, 60 fueron en su movilidad y 55 tienen hijas mujeres. ¿Cuántos padres tienen hijas mujeres o fueron en su movilidad?

Resolviendo:

A = {tienen hijas mujeres}

B = {fueron en su movilidad}



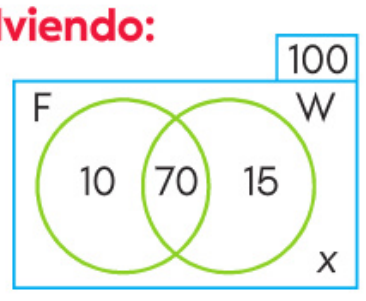
$n(A \cup B) = 23 + 32 + 28$

$n(A \cup B) = 83$

Ejemplo 2

En un centro educativo se ha encuestado a 100 estudiantes, preguntándoles por qué medios se comunican con sus amigos. Se ha determinado que 20 no usan Facebook, 15 no usan Whatsapp y 70 usan ambos medios. ¿Cuántos no usan ninguno?

Resolviendo:



F: { No usan 20 / Usan 80

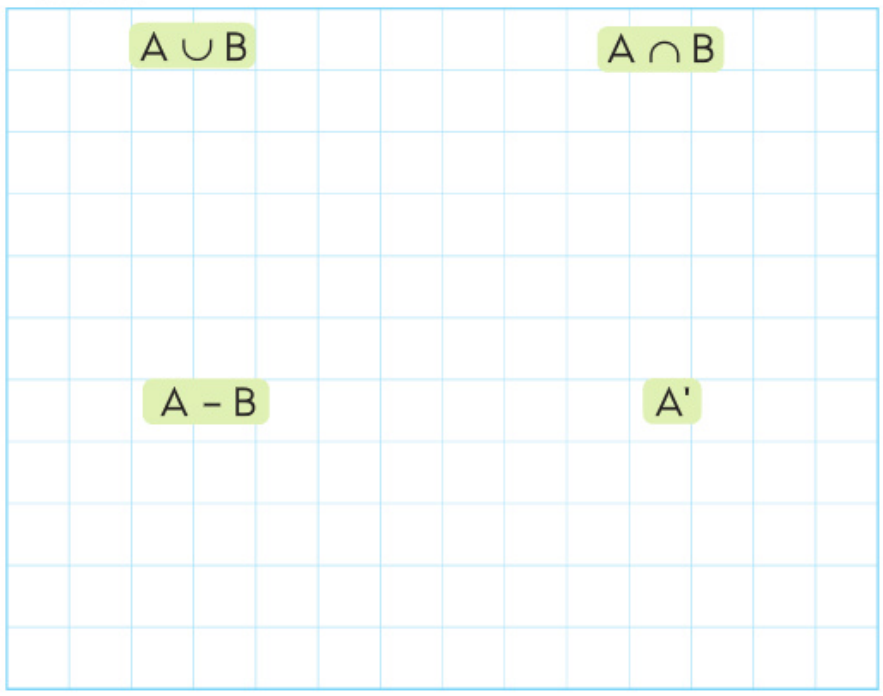
W: { No usan 15 / Usan 85

Usan alguno: 10 + 70 + 15 = 95

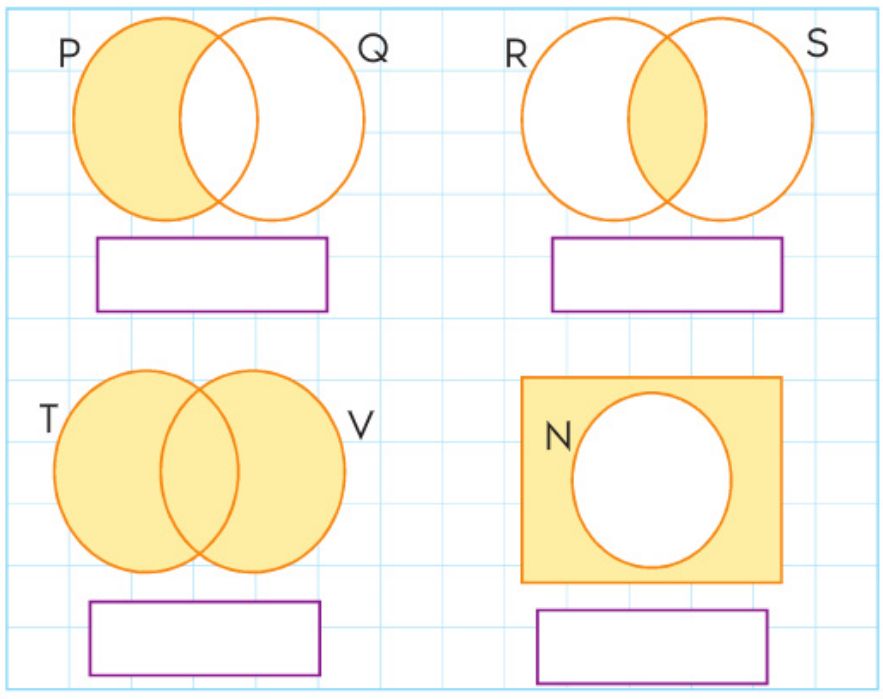
No usan ninguno: 100 – 95 = 5

Nivel básico

1 **Representa,** mediante diagramas de Venn, las siguientes operaciones conjuntistas:



2 **Indica** qué operación conjuntista representan las regiones coloreadas de cada gráfico.

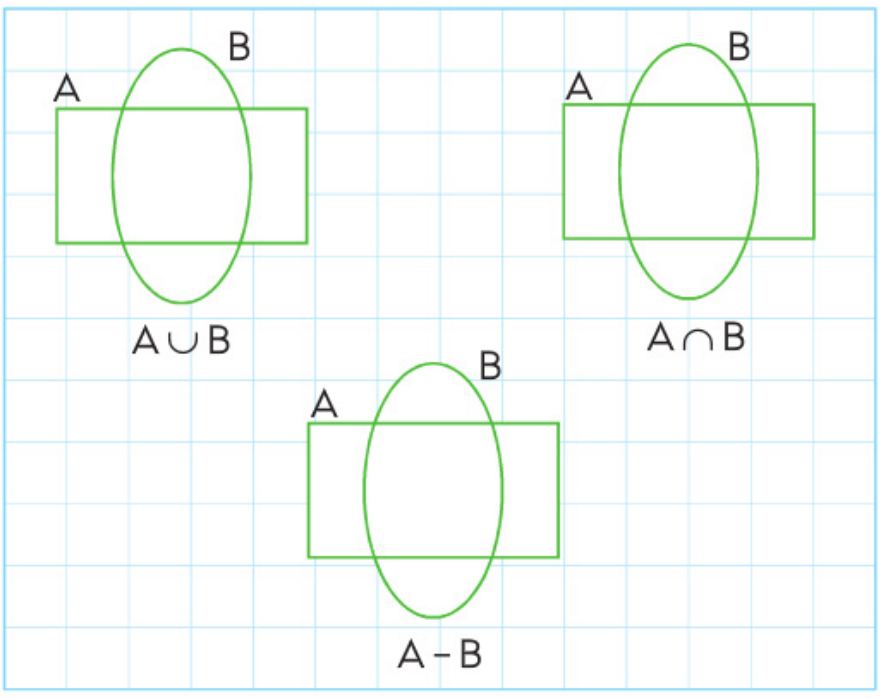


3 Dados los conjuntos:

A = {a, b, c, d, e, f} y B = {a, c, e, g, h},

halla $A \cup B$, $A \cap B$ y $(A - B)$.

4 En cada caso, **colorea** la operación que se indica.



5 Sean los conjuntos:

A = {x/x es una letra de TRATO}

B = {x/x es una letra de TEATRO}

Halla A ∪ B, A ∩ B y (B – A).

Nivel intermedio

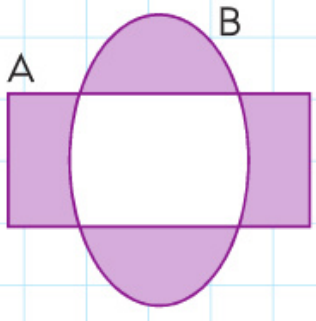
6 **Determina** si es verdadero (V) o falso (F), cada una de las siguientes proposiciones:

a) A ∪ B = B ∪ A ( )

b) A ∩ B = B ∩ A ( )

C) A – B = B – A ( )

7 **Escribe** una operación conjuntista que represente la región coloreada.



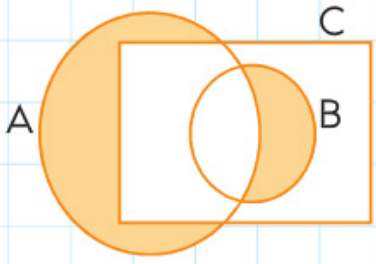
8 Sea A ∩ B = ϕ, entonces podemos afirmar que:

I) A ∪ B = A II) A – B = A III) A' = B

9 Si A ⊂ B, entonces podemos afirmar que:

I) A ∪ B = B II) A ∪ B = A III) A – B = A

10 **Escribe** una operación conjuntista que represente la región coloreada.



Nivel avanzado

11 Si n(A) = 8 y n(B) = 5, entonces podemos afirmar que:

A) $n(A \cup B) = 13$

B) $n(A \cup B) \leq 13$

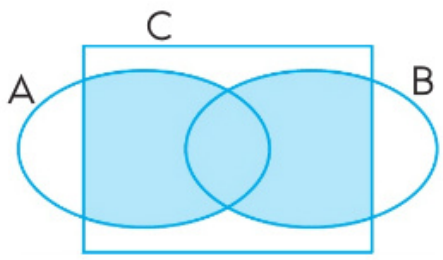
C) $n(A - B) = 3$

12 ¿Cuántas de las siguientes operaciones representa la región coloreada de la figura?

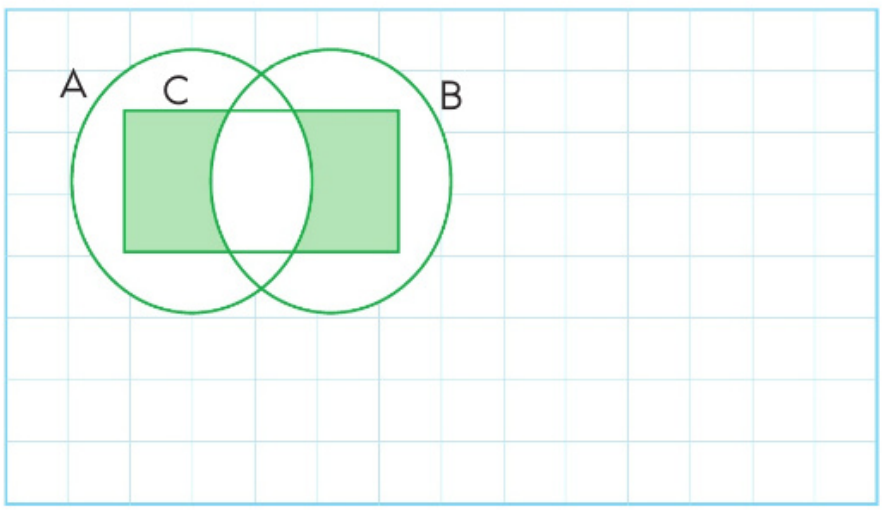
a) $(A \cup B) \cap C$

b) $(A \cap C) \cup (B \cap C)$

c) $(A \cup B) - C$



13 **Escribe** dos operaciones conjuntistas que representen la región coloreada de la figura.



14 Se ha encuestado a cinco personas sobre el consumo de 3 productos.

Nombre	Carne	Leche	Huevo
Angy	sí	sí	no
Rosa	no	sí	no
Jessy	sí	no	no
Nicol	sí	sí	sí
Camila	sí	no	sí

a) ¿Cuántas consumen un solo producto?

b) ¿Cuántas consumen carne o huevo pero no leche?

Razonamiento Matemático

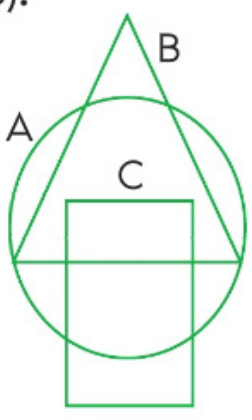
Tarea

1 Dados los conjuntos:

$A = \{p, q, r, s, t\}$ y $\{m, n, p, s, t, u\}$,

halla $A \cup B$, $A \cap B$ y $(A - B)$.

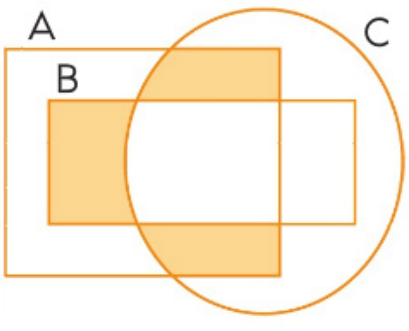
2 **Colorea** la región que representa la operación $(A - B) \cap C'$.



3 **Demuestra** gráficamente que:

$(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$

4 **Escribe** una operación conjuntista que represente la región coloreada.



Operaciones con conjuntos

Problemas de conjuntos

Alex recorre diferentes colegios ofreciendo cursos de inglés y francés para una academia de idiomas.

En un salón de 35 alumnos, 21 se apuntaron para inglés, 17 para francés y a 8 no los pudo convencer.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuántos se apuntaron en los dos cursos y cuántos en uno solo?

En este capítulo vamos a abordar diversas estrategias para resolver problemas con el cardinal y las operaciones con conjuntos.

Es importante diferenciar entre "cuáles" y "cuántos" son los elementos de un conjunto. Lo primero se refiere a qué elementos forman el conjunto y lo segundo, solo al número de sus elementos que indica cuántos elementos tiene.

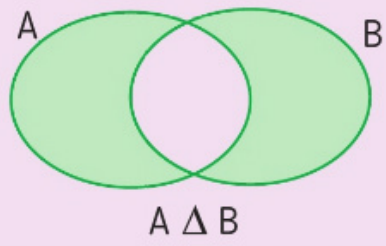
Ten en cuenta

Diferencia simétrica (Δ)

$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

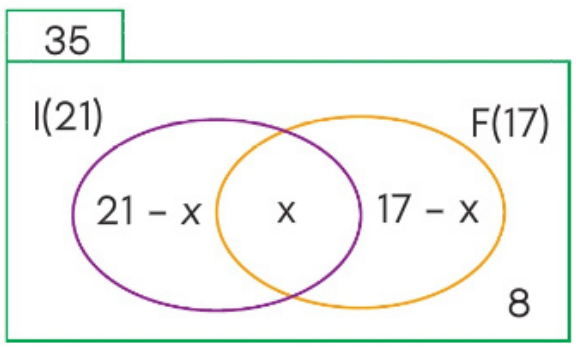
o

$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$



Resolviendo: (Problema introductorio)

Método algebraico

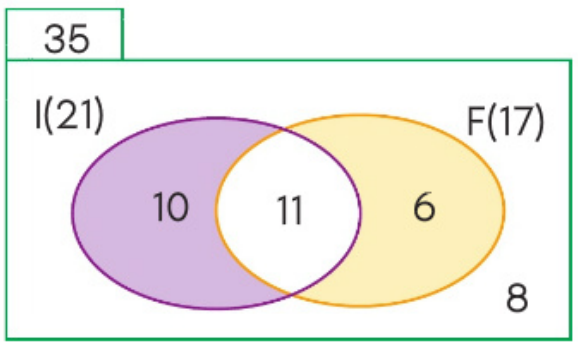


$(21 - x) + x + (17 - x) + 8 = 35$

$21 - x + x + 17 - x + 8 = 35$

$46 - 35 = x$

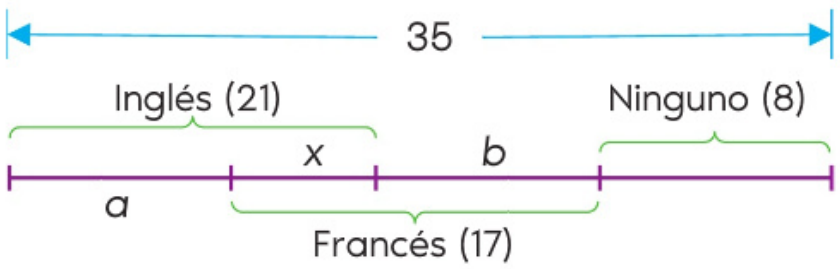
$x = 11$



En 2 cursos se apuntaron 11

En 1 solo curso: 10 + 6 = 16

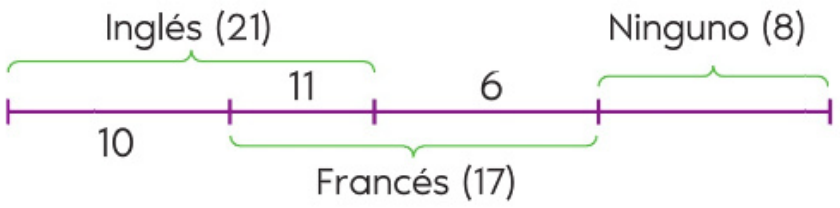
Método lineal



- $a = 35 - (8 + 17) \Rightarrow a = 10$
- $b = 35 - (8 + 21) \Rightarrow b = 6$
- $x = 21 - a$

  $x = 21 - 10 \Rightarrow x = 11$

Reemplazando los valores:



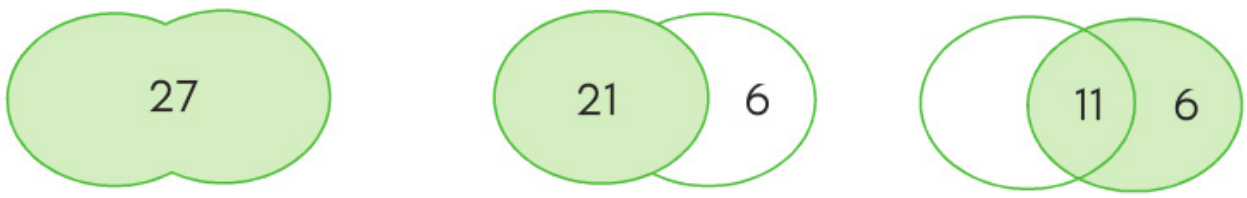
En 2 cursos se apuntaron 11

En 1 solo curso: 10 + 6 = 16

Método aritmético

En inglés o francés:

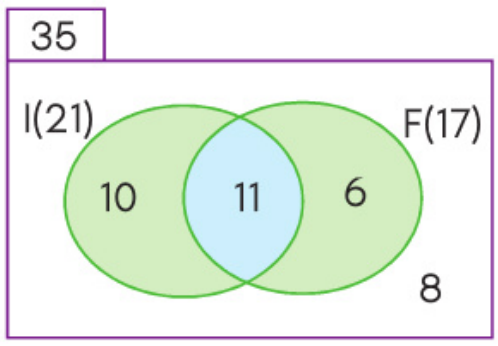
35 – 8 = 27



• En 2 cursos se apuntaron 11

• En 1 solo curso: 10 + 6 = 16

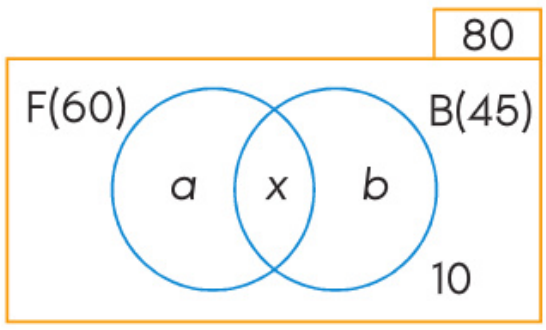
Solución:



Ejemplo

De 80 alumnos de 6° del colegio Virgen María, 20 no practican fútbol, 35 no practican baloncesto y 10 no practican ninguno de los dos deportes. ¿Cuántos practican ambos?

Resolviendo:



• F { no: 20 ; sí: 60 } • B { no: 35 ; sí: 45 }

• $b + 10 = 80 - 60$

$b = 10$

• $x = 45 - b$

$x = 45 - 10 = 35$

Nivel básico

1 Un grupo de 40 alumnos fue de paseo al campo: 32 fueron con gorro, 28 con zapatillas y 23 con gorro y zapatillas. ¿Cuántos fueron sin gorro ni zapatillas?

2 En un restaurante almuerzan o cenan 60 personas. Se sabe que 42 almuerzan y 38 cenan. ¿Cuántos almuerzan y cenan?

3 En una reunión hay 24 personas que estudian, 18 que trabajan y 15 que trabajan y estudian. ¿Cuántos trabajan o estudian?

4 De 150 personas encuestadas, 80 leen La República, 70 leen Ojo y 36 leen los dos diarios. ¿Cuántos no leen La República ni Ojo?

GENIO MATIC

5 Se ha encuestado a 50 personas sobre qué revistas leen. Veintiuno leen la revista Gente, 36 leen la revista Oiga y 10 no leen ninguna. ¿Cuántas leen las dos revistas?

8 Se ha encuestado a un grupo de personas sobre la actividad que realizan y se ha determinado que 10 no trabajan ni estudian, 8 realizan ambas actividades, 15 trabajan y 20 estudian. ¿Cuántas personas fueron encuestadas?

Nivel intermedio

6 De un grupo de 140 personas, 60 no leen y 50 no escriben. Sabiendo que 30 solamente leen, ¿cuántas personas no leen ni escriben?

9 En un almacén se han encontrado 80 camisas: 45 de manga corta y las restantes de manga larga. Había 48 camisas azules, de las cuales 25 eran de manga corta. ¿Cuántas camisas de manga larga no son azules?

7 En el salón de Eduardo hay 28 alumnos, de los cuales 15 son mujeres. Doce varones tienen celular. ¿Cuántas mujeres no tienen celular, si 20 alumnos tienen celular?

10 De 28 estudiantes de un salón, 25 consumen carne o pescado, 10 no consumen pescado y 15 no consumen carne. ¿Cuántos consumen carne y pescado?

Nivel avanzado

11 En mi salón hay 36 estudiantes. De ellos 12 no son artistas ni deportistas. Quince son artistas y deportistas. ¿Cuántos elementos tiene la diferencia simétrica del conjunto de artistas y el conjunto de deportistas de mi salón?

12 La empresa Cola Rica ha estudiado las preferencias del público de tres bebidas gaseosas de su competencia: Sabrosa (S), Drink (D) y Frescura (F). **Representa** gráficamente y **colorea:**

a) Los que prefieren S y D
b) Los que prefieren S o F
c) Los que prefieren S o F pero no D
d) Los que prefieren D y F
e) Los que prefieren D y F pero no S
f) Los que prefieren las tres bebidas

13 Dieciocho alumnos de mi salón aprobaron Matemática, 23 aprobaron Comunicación, 27 aprobaron Inglés, 15 aprobaron Matemática y Comunicación, 14 aprobaron Comunicación e Inglés, 14 Matemática e Inglés y 13, los tres cursos. ¿Cuántos aprobaron exactamente dos cursos?

14 Dieciocho amigos de mi salón practican fulbito; 12, básquet; 8, natación; 7, fulbito y básquet; 5, básquet y natación; 5, fulbito y natación y 4, los tres deportes. ¿Cuántos practican un solo deporte?

Tarea

1 Mediante una encuesta se ha encontrado que 35 leen periódico y 22 leen revista. Si 41 leen solo periódico o solo revista, ¿cuántos leen las dos publicaciones?

2 De un grupo de 50 personas, 40 viajan en tren o autobús, 21 viajan en tren y autobús, 35 viajan en autobús. ¿Cuántos viajan en tren?

3 En el aula de sexto grado de primaria hay 28 alumnos, de los cuales 18 no aprobaron Inglés, 3 aprobaron Inglés y Matemática y 2 no aprobaron ninguno de los dos cursos. ¿Cuántos aprobaron solo Matemática?

4 Del 10 al 99 hay 90 números de dos cifras. ¿Cuántos de estos número tienen las dos cifras diferentes?

Reforzando - Unidad 1

Olimpiadas nacionales e internacionales

ENUNCIADO 1

Del salón de Gloria se sabe que: Piero, Guzmán, Alicia y Aldo están en la selección de ajedrez; Sergio, Alicia, Aldo y Fidel, en la selección de natación, y Sergio, Piero, Fidel y Aldo, en la selección de atletismo.

1 ¿Cuántos alumnos del salón de Gloria participan en las tres selecciones?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

2 ¿Cuántos alumnos del salón de Gloria participan en una sola selección?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

3 ¿Cuántos alumnos del salón de Gloria participan exactamente en dos selecciones?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

4 ¿Cuántos alumnos del salón de Gloria integran alguna de las selecciones mencionadas?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 12

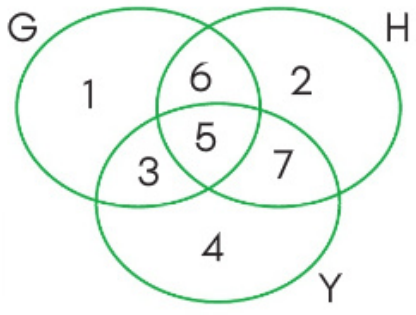
ENUNCIADO

Sean:

G = {Personas que usan el Gmail},

H = {Personas que usan Hotmail},

Y = {Personas que usan Yahoo}.



5 ¿Cuántas usan Gmail y Hotmail?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 24

6 ¿Cuántas usan los tres tipos de correo?

A) 5 B) 21 C) 11 D) 13

7 ¿Cuántas usan a lo más dos de los correos considerados?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 23

8 ¿Cuántas tienen correos en Hotmail o Yahoo pero no en Gmail?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 6

9 ¿Cuántas tienen un solo correo?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10

10 En un aula de 20 estudiantes, 13 están con buzo; 3 usan lentes, pero no buzo y 5 están con buzo y usan lentes. ¿Cuántos alumnos no tienen buzo ni lentes?

A) 5 B) 4 C) 6 D) 7

11 De 100 personas que visitaron el Parque Natural de Pucallpa, 55 visitaron el museo, 44 el zoológico y 20 ambas instalaciones. ¿Cuántas personas no visitaron el zoológico ni el museo?

A) 20 B) 21 C) 18 D) 24

12 En una encuesta realizada a un grupo de deportistas: 115 practican básquet, 35 practican básquet y ajedrez, 90 solo ajedrez, 105 no practican básquet. ¿A cuántos deportistas se encuestó?

A) 200 B) 210 C) 220 D) 300

13 De 200 integrantes de un club deportivo, 80 se inscribieron en natación y 90 en atletismo. Si 70 no se inscribieron en ninguna de las mencionadas disciplinas, ¿cuántos se inscribieron en las dos?

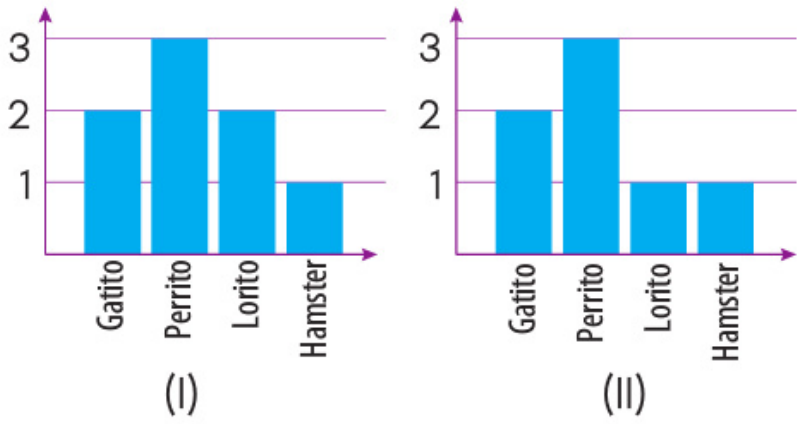
A) 35 B) 30 C) 45 D) 40

14 De los conjuntos disjuntos A y B se sabe que: $n[P(A) \cup P(B)] = 47$. Determine $n(A) + n(B)$.

A) 7 B) 8 C) 9 D) 11

15 Ana tiene un perrito, un gatito y un lorito; Genaro tiene un perrito, un lorito y un hamster, y Fiorella tiene un gatito, un perrito y un lorito.

¿Cuál de los siguientes gráficos representa las mascotas de los tres amigos?



16 Determina por comprensión el conjunto
A = {2; 4; 6; 8; 10; .....}

17 El conjunto A está formado por los números que obedecen un patrón cuya regla de formación es $t_n = 4n - 1$, donde n es un número natural. Sea B = {5; 7; 9; 11; 13; 15; 17}. ¿Cuántos elementos tiene $A \cap B$?

18 Se hizo una evaluación de control de calidad a un lote de 50 equipos de cómputo en malas condiciones de fabricación. Los criterios aplicados fueron: H: defecto en el disco duro. B: defecto en la placa base (board). Se observó que los equipos con mal funcionamiento en ambos dispositivos, disco duro y board, son 18, mientras que los que sólo tienen desperfecto en board son 23 equipos. ¿Cuántos equipos tienen desperfecto solo en el disco duro?

19 Sean A, B y C tres conjuntos tales que:

$n(B) = 8$; $n(A - C) = 2$; $n(C) = 2$;
$n(B \cap C) = 2$; $n(A \cap C) = 0$ y $A \subset B$.

Calcula $n(C) + n(A \cup B \cup C)$.

20 En una familia de 7 personas: cuatro de ellas leen la Nueva España, tres leen El País y dos leen ambos periódicos. ¿A cuántos no les gusta leer ninguno de los dos?

21 En el colegio de Samuel se tomaron dos pruebas, una de matemática y otra de comprensión lectora. En el colegio estudian 240 estudiantes. El reporte de los resultados indica que 110 aprobaron las dos pruebas, 22 desaprobaron las dos pruebas. Si 180 aprobaron matemática, ¿cuántos aprobaron una sola materia?

22 Una empresa tiene 120 vendedores que viajan por todo el Perú. Sesenta de ellos no les gusta viajar por avión y a 70 no les gusta viajar por bus. ¿Cuántos de ellos viajan por ambos medios?

25 En una reunión hay 50 personas, de las cuales 32 bailan, 25 cantan y 10 no cantan ni bailan. ¿Cuántas personas solo cantan o bailan?

26 En un lugar, 6 personas hablan español, 7 inglés y 5 portugués. De ellas, solo una habla los 3 idiomas. De las demás, 2 personas saben español e inglés, 3 personas inglés y portugués y 1 español y portugués. ¿Cuántas personas hay en total en ese lugar?

27 En un salón de clases con 30 estudiantes se conformaron los equipos de baloncesto, fútbol y vóleibol, de tal manera que:

- 5 estudiantes no se inscribieron en ningún equipo.
- Los estudiantes que jugarán vóleibol no se inscribieron en otro deporte.
- La mitad de los estudiantes jugará baloncesto.
- Hay 7 estudiantes que jugarán baloncesto y fútbol.
- La tercera parte de los estudiantes que jugarán un solo deporte corresponde al número de estudiantes que jugarán vóleibol.

¿Cuántos estudiantes jugarán vóleibol y cuántos jugarán fútbol?

Autoevaluación

1 Sean los conjuntos:

A = {x/x es una letra de VERACIDAD}

B = {x/x es una letra de VOLUNTAD}

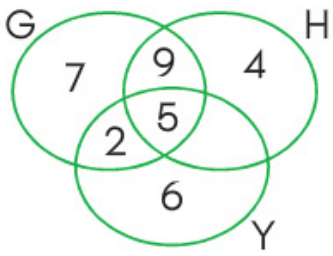
Determina $n(A \cup B) + n(A \cap B)$.

2 Sean :

G = {Personas que usan el Gmail}

H = {Personas que usan Hotmail}

Y = {Personas que usan Yahoo}



Según el gráfico:

a) ¿Cuántas personas tienen cuentas en Yahoo o Gmail?

b) ¿Cuántas personas tienen cuentas en Gmail o Hotmail pero no en Yahoo?

c) ¿Cuántas personas tienen cuentas al menos en dos de las redes?

3 El conjunto A está formado por los números que obedecen un patrón cuya regla de formación es $t_n = 5n + 2$, donde n es un número natural. Sea B = {7; 10; 12; 14; 17; 22; 27}. ¿Cuántos elementos tiene $A \cap B$?

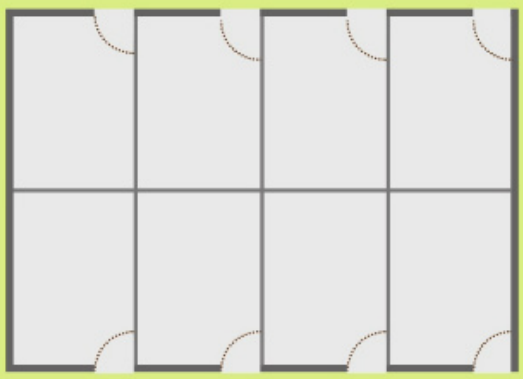
4 De 200 integrantes de un club deportivo, 85 se inscribieron en natación y 95 en atletismo. Si 41 no se inscribieron en ninguna de las mencionadas disciplinas, ¿cuántos se inscribieron en las dos?

5 Se encuestaron a 120 alumnos de sexto grado y se ha encontrado que a 55 no les gusta matemáticas, a 35 no les gusta comunicación y a 42 les gusta ambas materias. ¿A cuántos no les gusta ninguna de las dos materias?

6 En un lugar, 7 personas hablan español, 9 inglés y 8 francés. De ellas, 2 hablan los 3 idiomas. De las demás, 3 personas saben español e inglés, 3 personas inglés y francés y 2 español y francés. ¿Cuántas personas hay en total en ese lugar?

Ninguno

Juegos lógicos



Se muestra el plano de un campamento minero de 8 habitaciones.

El ingeniero ha ordenado al albañil que elimine algunas paredes para que queden exactamente 6 habitaciones cuadradas. El albañil decidió romper el menor número de paredes para cumplir la orden.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

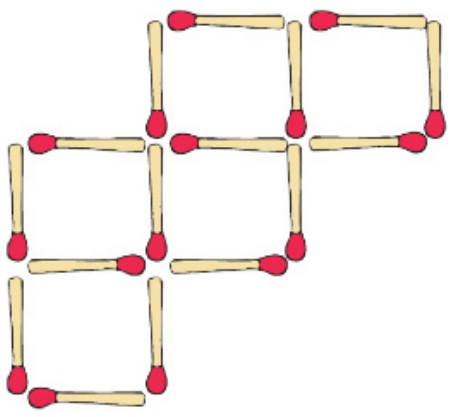
1. Señala las paredes que ha eliminado.

Estos problemas consisten en mover, retirar o agregar palitos de fósforo a fin de alterar un determinado arreglo y obtener otro.

Razonamiento Matemático

Ejemplo 1

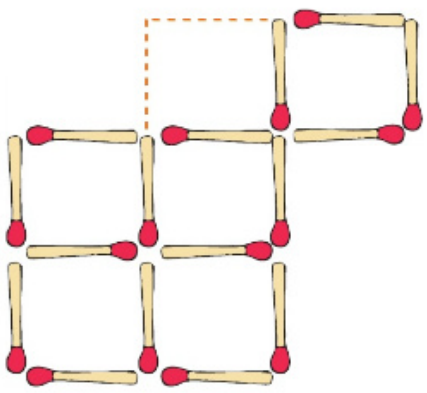
En la figura mueve 2 cerillos para formar 6 cuadrados.



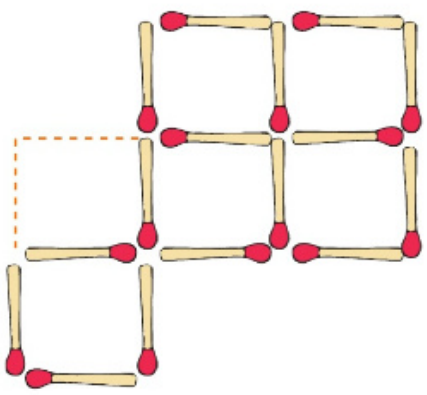
Resolviendo:

Hay dos soluciones

A)

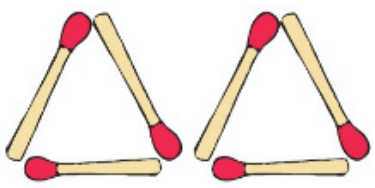


B)

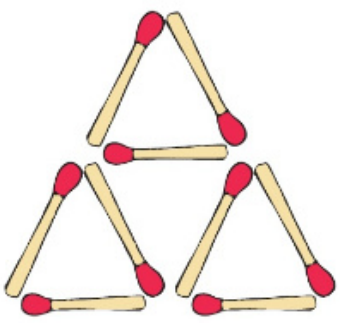


Ejemplo 2

Agregar tres palitos y formar cinco triángulos:



Resolviendo:



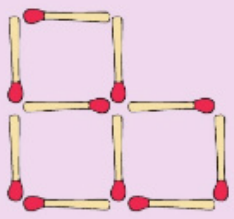
En el arreglo de palitos hay 4 triángulos pequeños y el triángulo formado por toda la figura.

Ten en cuenta

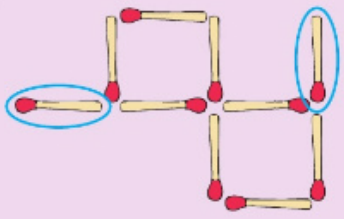
Al formar las figuras no deben sobrar palitos.

Ejemplo:

Mover dos palitos y formar dos cuadrados.

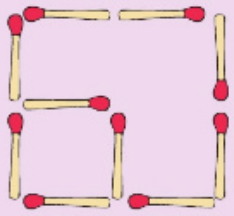


La solución podría ser la siguiente:



Pero no es válida porque quedan cabos sueltos: los palitos marcados.

La solución correcta es:

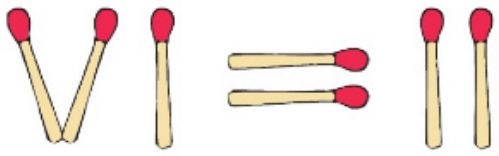


Observamos un cuadrado pequeño y otro grande.

* No está permitido romper los palitos, superponer, ni dejar cabos sueltos.

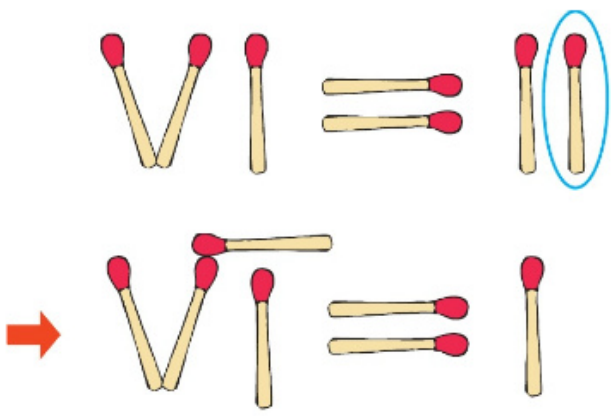
Ejemplo 3

Mover un palito y hacer que aparezca una igualdad:



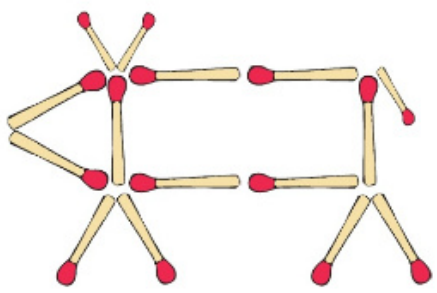
Resolviendo:

Se mueve el palito encerrado para formar la raíz cuadrada de 1.



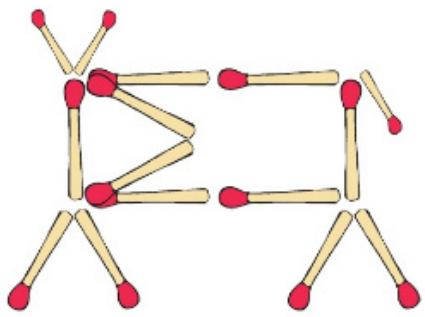
Ejemplo 4

La figura del toro se forma con doce palitos grandes y tres pequeños. Se trata de un toro que mira hacia la izquierda. El problema consiste en hacerlo mirar hacia la derecha tan solo cambiando de lugar dos palitos.



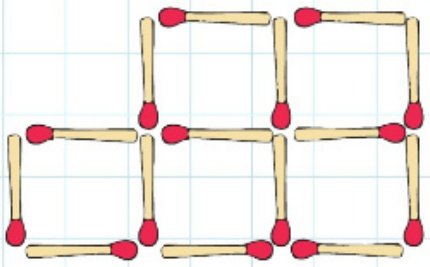
Resolviendo:

En la figura de la derecha observamos que se trata de un toro temeroso y un poco flojo, ya que ha girado solo la cabeza.

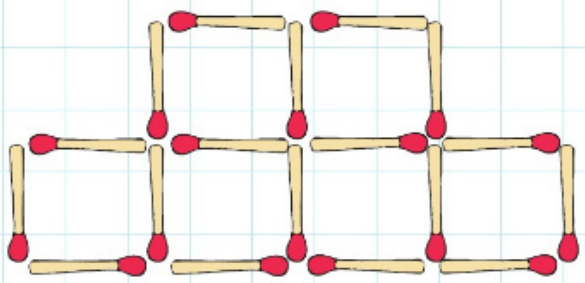


Nivel básico

1 ¿Cuántos palitos hay que retirar, como mínimo, para formar 3 cuadrados?

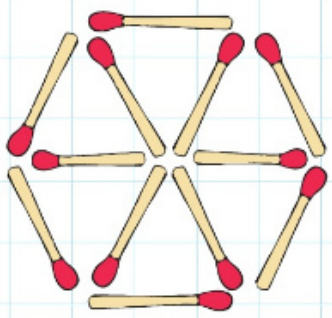


2 **Retira** dos palitos y **forma** 4 cuadrados.

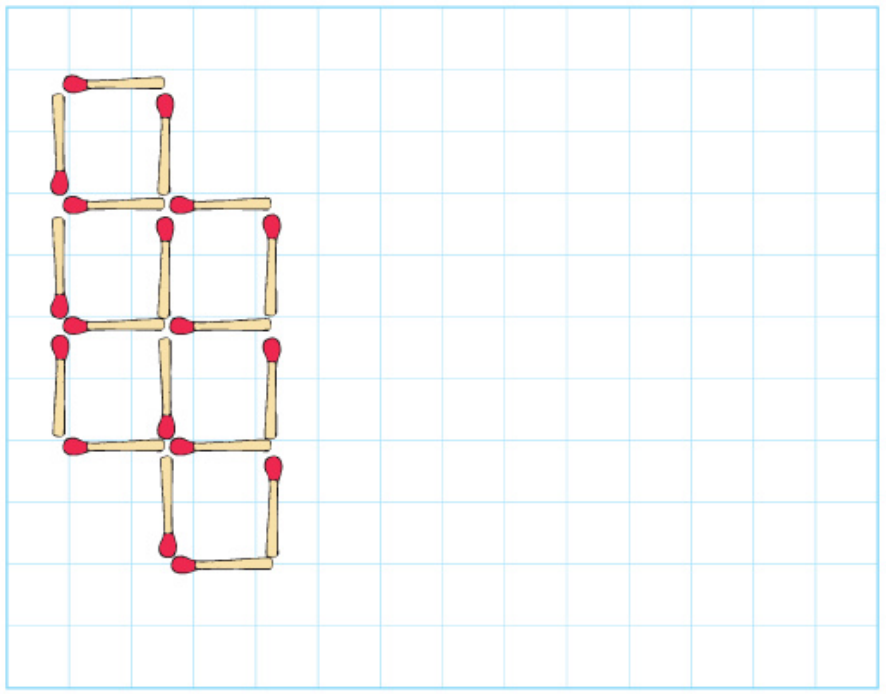


3 Con seis palitos de fósforo **construye** cuatro triángulos equiláteros iguales.

4 **Cambia** de lugar tres palitos y **forma** cuatro triángulos equiláteros.

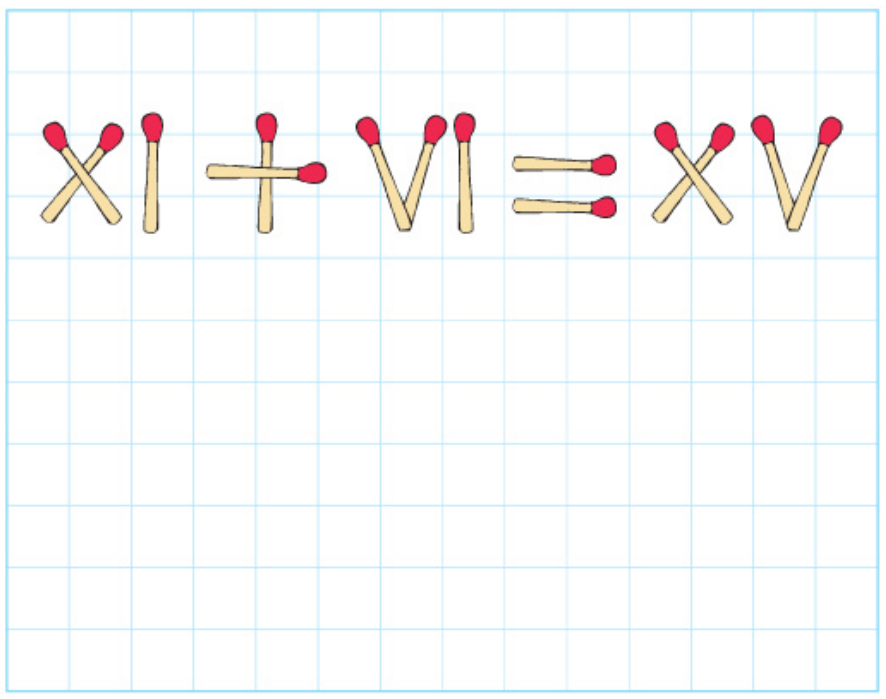


5 ¿Cuántos palitos hay que retirar como mínimo para que aparezcan cuatro cuadrados del mismo tamaño?

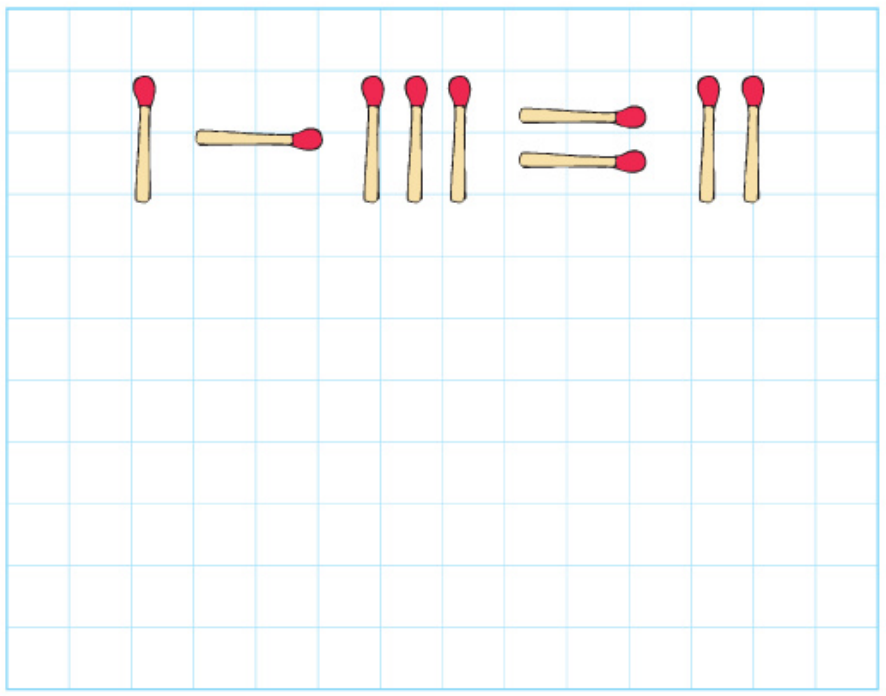


Nivel intermedio

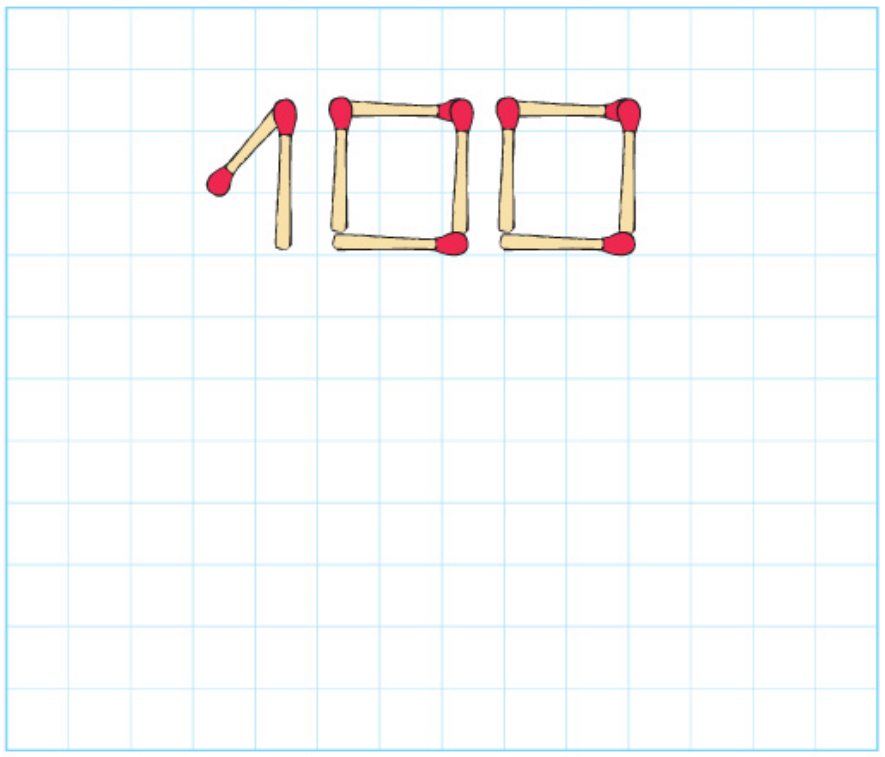
6 Moviendo un palito **haz** que se forme otra igualdad.



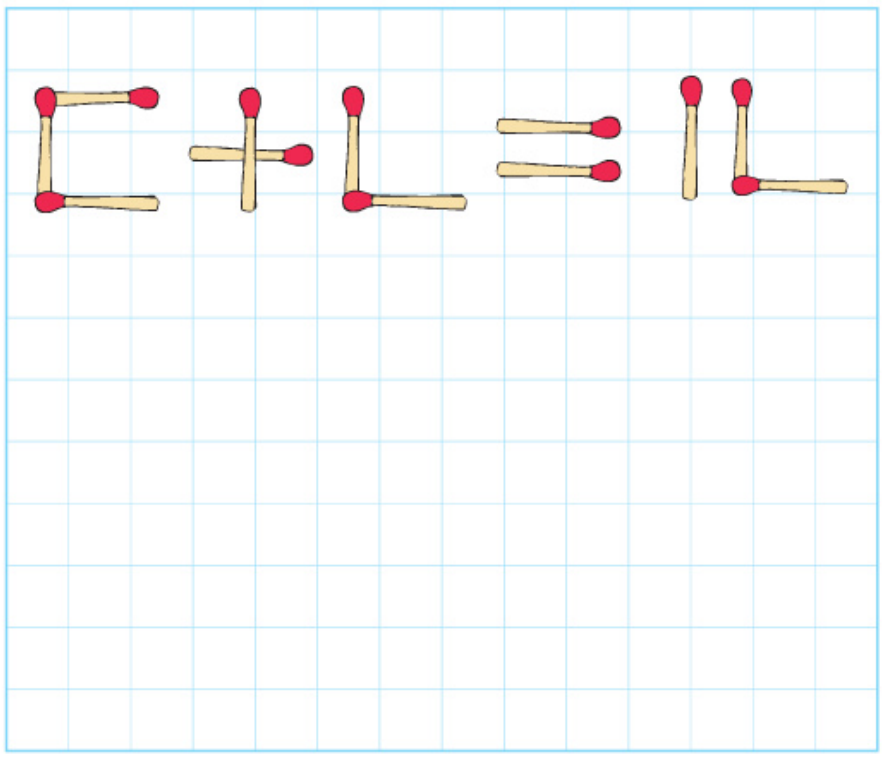
7 ¿Cuántos palitos como mínimo hay que mover para obtener una igualdad correcta?



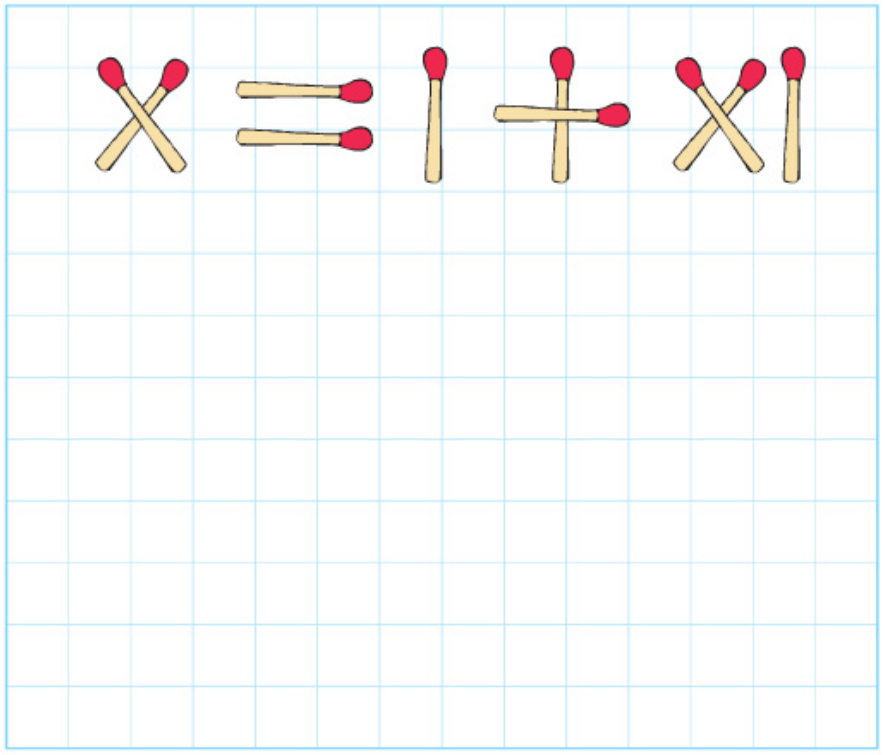
8 **Mueve** tres palitos y **forma** el uno.



9 **Retira** dos palitos para conseguir una igualdad.



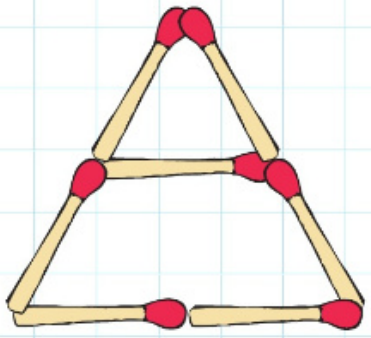
10 Sin mover ningún palito **logra** que la igualdad se cumpla.



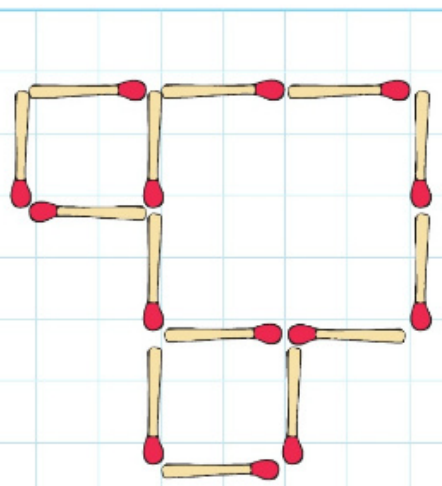
GENIO MATIC

Nivel avanzado

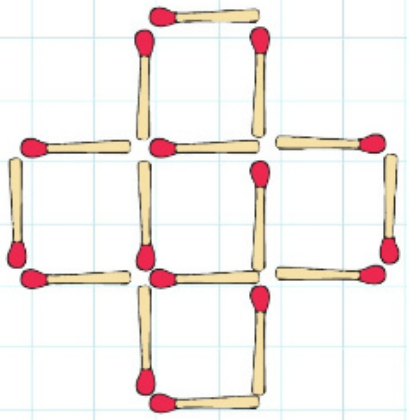
11 ¿Cuántos palitos se debe agregar como mínimo a la figura para que se formen 5 triángulos?



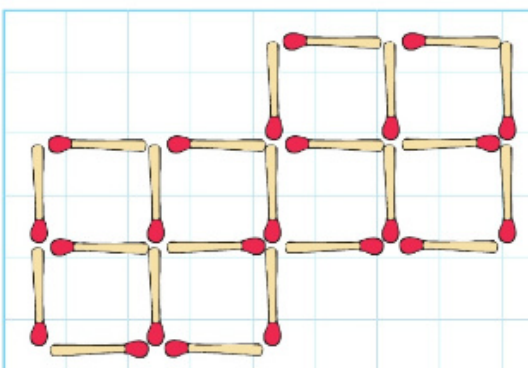
12 **Agrega** 3 palitos a la figura para que forme 5 cuadrados.



13 **Mueve** dos palitos de la figura para que el número de cuadrados disminuya en 1.

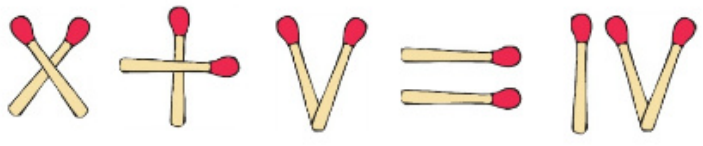


14 **Mueve** 4 palitos en la figura para que el número de cuadrados disminuya en 4.

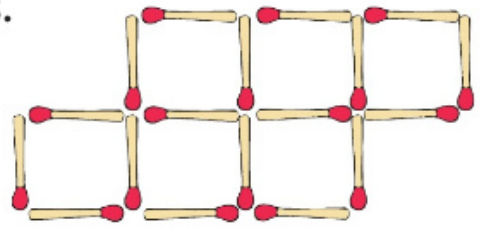


Tarea

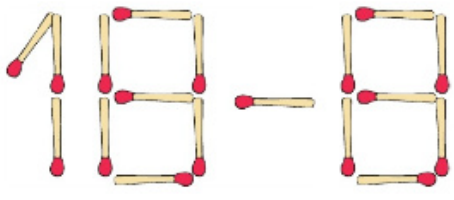
1 ¿Cuántos palitos se deben retirar como mínimo para obtener una igualdad?



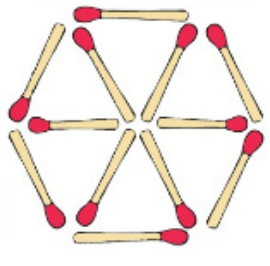
2 **Retira** 2 palitos para que se forme 4 cuadrados.



3 **Retira** un palito y **forma** el número 11.



4 **Mueve** 2 palitos **forma** cinco triángulos iguales.



Sucesiones literales y gráficas

Adición y Sustracción

Los padres de Fiorella le prohibieron salir con su amigo Renato, sin embargo, ella le envió en el chat el siguiente mensaje en clave para que sus padres no sospechen.

5 - 14 - 5 - 12 - 17 - 1 - 19 - 11 - 5

12 - 1 - 20 - E

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Qué hizo Renato al recibir el mensaje?

_____

Las sucesiones literales consisten en una secuencia de letras del alfabeto, sin considerar la "ch" ni la "ll", que obedece a alguna regla de formación. Para determinar el orden de las letras es conveniente asignar un número a cada letra.

A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	3	4	5	6	7	8	9

J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q
10	11	12	13	14	15	16	17	18

R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
19	20	21	22	23	24	25	26	27

Ejemplo 1

¿Qué letra sigue en A ; D ; H ; M ; .....?

Resolviendo:

Notamos que entre dos letras vecinas faltan sucesivamente, 2, 3, 4 letras. Por lo tanto entre M y la letra que sigue debe haber 5 letras.

A ; D ; H ; M ; (R)

BC EFG IJKL NÑOPQ

∴ La letra que sigue es R.

Otra forma de resolver es considerando la posición de las letras en el abecedario.

A ; D ; H ; M ; ( )

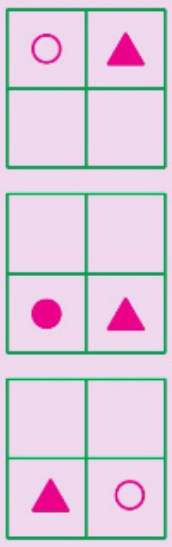
1 4 8 13

Ten en cuenta

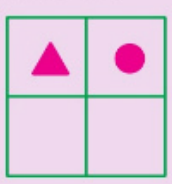
Para determinar qué gráfico continúa en una sucesión gráfica es conveniente observar la rotación de las figuras que componen la sucesión.

Horaria Antioraria

¿Qué figura continua?



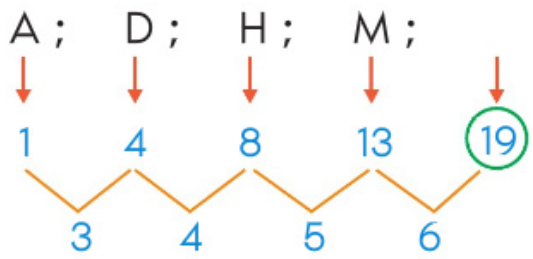
Observamos que el triángulo avanza en sentido horario. El círculo en sentido antihorario y cambiando de color, por lo tanto el gráfico que continúa es:



Razonamiento Matemático

GENIOMATIC

Ahora veamos las diferencias sucesivas



∴ La letra de la posición 19 es R.

Nivel básico

Determina la letra que sigue en las siguientes sucesiones:

1 A ; D ; G ; J ; .....

2 Z ; V ; S ; O ; M ; .....

3 A ; B ; E ; J ; P ; .....

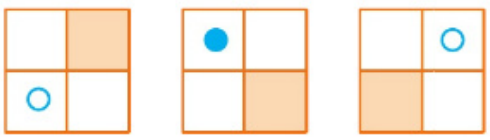
4 D ; G ; I ; L ; N ; .....

5 C ; E ; I ; Ñ ; ....

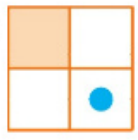
Nivel intermedio

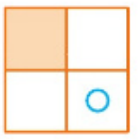
6 B ; E ; H ; K ; N ; .....

7 ¿Qué figura continúa en la sucesión?



a)

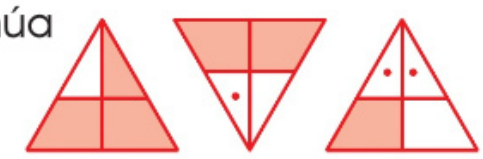
b) 

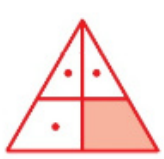
c) 

8 ¿Qué figura no tiene relación con las otras? **Justifica.**

9 **Grafica** la figura que sigue:

10 ¿Qué figura continúa en la sucesión?



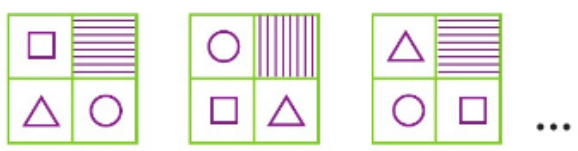
a) 

b)

c)

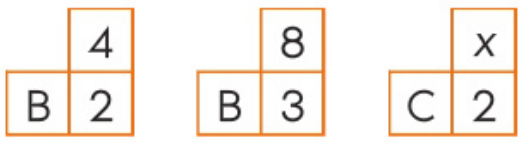
12 **Dibuja** el gráfico que continúa:

13 **Dibuja** el gráfico que sigue:



Nivel avanzado

11 ¿Qué número representa *x*?



14 ¿Qué número representa *x*?

1	D
B	3

4	C
A	2

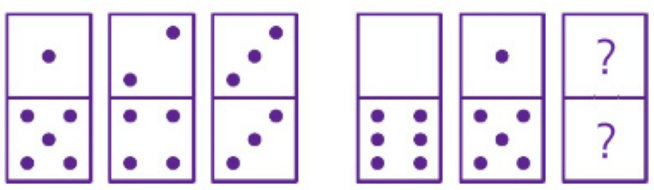
2	A
E	2

x	D
C	1

Tarea

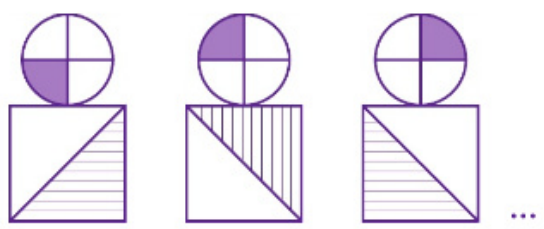
1 ¿Qué letra continúa en L; Ñ; Q; T ?

2 En el siguiente problema se muestra una secuencia de fichas del DOMINÓ. **Indica** qué ficha continúa.



3 ¿Qué letra continúa en Z; W; T; Q?

4 **Dibuja** la figura que continúa:



GENIO MATIC

Ninguno

Sudoku

VIDEO DE TEORÍA

Vania encontró este sudoku en la página de entretenimiento de un diario y se puso a resolverlo.

Llenar completamente le demoró media hora.

		5	7					
1		4	3	6	5	8	7	2
		3	8				4	
	1			8		5		
	8		6	1		4		7
	4					2		
2	6					7		
			5	7	6	1		9
7		1			9	6		3

Responde:

¿Crees que valió la pena dedicar media hora a la solución del sudoku? Comenta. _____

En el siglo XVIII, Leonhard Euler (1707-1783) creó un sistema de probabilidades para representar una serie de números sin repetir, razón por la que se le considera el inventor de este juego.

En 1970 Howard Garns publicó en la revista Math Puzzles and Logic Problems una sección de entretenimiento llamada Number place (el lugar del número) pero años más tarde se perdió en el olvido.

En 1984 el periódico japonés Monthly Nikolist publicó una sección de pasatiempos llamada *Sūji wa dokushin ni kagiru* "los números deben estar solos". El nombre se abrevió a Sūdoku (sū = número, doku = solo)

Se comenzó a conocer internacionalmente en 2005, cuando varios periódicos empezaron a publicarlo como pasatiempo.

Resolviendo: (Problema introductorio)

Cada región o caja la designamos con números naranja grandes, las filas con F_i y las columnas con C_i.

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9
F_1	8	2	5	7	9	4	3		
F_2	1	9	4	3	6	5	8	7	2
F_3	6	7	3	8	2	1	9	4	
F_4		1			8		5		
F_5		8		6	1		4		7
F_6		4					2		
F_7	2	6					7		
F_8	4	3		5	7	6	1		9
F_9	7	5	1			9	6		3

- **1**: En F_2 solo falta 9 (región 1, fila 2)
- **3**: En C_7 el 3 no en F_3. $\Rightarrow$ 3 en F_1 y 9 en F_3
- **7**: 4 no en C_2 ni C_3 $\Rightarrow$ 4 en F_8. 3 no en C_3 ni F_9 $\Rightarrow$ 3 en F_8. 5 no en C_3 $\Rightarrow$ 5 en F_9.
- **1**: C_2 completamos 2 y 7 y en C_1, 8 y 6.
- **2**: 9 no en F_3 ni C_6 $\Rightarrow$ 9 en F_1. En F_1 el 4; en C_6 el 1 y C_5 el 2.

Ten en cuenta

REGLAS BÁSICAS

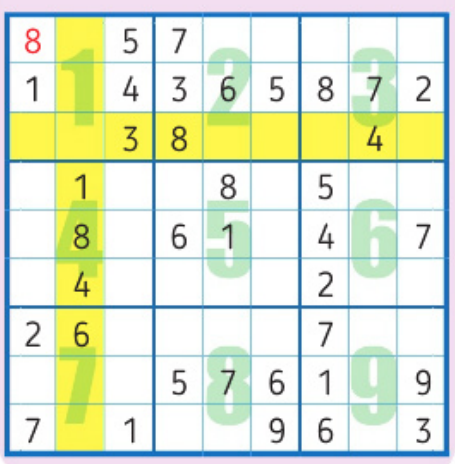
El sudoku normalmente se presenta como una tabla de 9 × 9 celdas, compuesta por subtablas de 3 × 3 denominadas "regiones", "cajas" o "bloques".

Algunas celdas ya contienen números, que sirven de pistas para el llenado. El juego consiste en rellenar las celdas vacías, con un número en cada una de ellas, de tal forma que cada columna, fila y región contenga los números 1-9 solo una vez.

Actualmente, el sudoku tiene diversas variantes, con números del 1 al 4; de 1 al 5; etc.

ESTRATEGIA

1. Un número bloquea la fila y la columna donde se encuentra. En la región 1 las franjas amarillas están bloqueadas por 8.
2. Todo número bloquea la región donde se encuentra.



	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9
F_1	8	2	5	7	9	4	3		1
F_2	1	9	4	3	6	5	8	7	2
F_3	6	7	3	8	2	1	9	4	5
F_4		1			8		5		6
F_5		8		6	1		4		7
F_6		4					2		8
F_7	2	6	9			8	7	5	4
F_8	4	3	8	5	7	6	1	2	9
F_9	7	5	1			9	6	8	3

- **3**: Completamos F_3 con 5.
- **8**: 8 no en C_4 ni C_5 $\Rightarrow$ 8 en C_6.
- **7**: 9 no en F8 $\Rightarrow$ completamos 9 y 8.
- **9**: Completamos con 2 F_8. Además, 8 no en F_7 ni F_8 $\Rightarrow$ 8 en F_9. Finalmente completamos F_7 con 5 y 4.
- **6**: 8 no en C_8 ni F_4 $\Rightarrow$ 8 en F_6.
- C_9: 1 en F_1 y 6 en F_4.

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9
F_1	8	2	5	7	9	4	3		1
F_2	1	9	4	3	6	5	8	7	2
F_3	6	7	3	8	2	1	9	4	5
F_4	9	1	7	4	8	2	5	3	6
F_5	5	8	2	6	1	3	4	9	7
F_6	3	4	6	9	5	7	2	1	8
F_7	2	6	9	1	3	8	7	5	4
F_8	4	3	8	5	7	6	1	2	9
F_9	7	5	1	2	4	9	6	8	3

- **3**: Completamos F_1 con 6.
- **8**: Completamos F_9 con 2 y 4 y F_7 con 1 y 3.
- **5**: Completamos C_4 con 4 y 9 y C_5 con 5.
- **4**: Completamos C_1 con 5; 3 y 9.
- **5**: En C_6: En F_6 no va 2 ni 3 $\Rightarrow$ va 7.
- **4**: En F_4 va 7; en F_5 el 2 y en F_6 el 6.

Finalmente completamos F_6; F_5 y F_4.

Razonamiento Matemático

Nivel básico

Resuelve los siguientes sudokus.

1

	4	3	
2	3		1
	2	1	4
4		2	

2

3	2		
1			3
		1	
4		3	2

3

1		2	3
	2		
4			2
	3	1	

4

		1	
	1		3
1	4		2
		4	

5

	2	3		4
2	1		4	
1		4	3	2
3	4			1
4		1	2	5

Nivel intermedio

6

	4		2		5
5					
1	5	2		4	3
4		3			
6	3	4			2
2		5		6	4

7

6	4	1	3		5
5	3				4
2					
1			2		3
		6	5	3	2
3		5			6

GENIO MATIC

8

		6		1	2
1		5			4
				4	3
4	6				1
			1	2	5
2		1	4	3	6

9

	5	6		3	2
	2			6	5
5	6			4	3
			5		6
4				5	1
6				2	4

10

5	6	4			
		1			
6			2	3	1
3	1	2	6	5	4
4			1		
1		3		4	

Nivel avanzado

11

		5	7					
1		4	3	6	5	8	7	2
		3	8				4	
	1			8		5		
	8		6	1		4		7
	4					2		
2	6					7		
			5	7	6	1		9
7		1			9	6		3

12

5		1	4		8		7	
			3	2	6			
2					5		8	
			2	5	9			4
	9			1				2
	8			3				9
			7		1	5		
1		9						
8			9		3	6		

Tarea

1

	6	2	5		
5		1			6
6				5	
	3				2
2			6		5
		6	1	2	

2

	5			4	
4			5		2
	6				
				5	
3		5			4
	2			3	

3

3			9	5			7	6
6								1
7			4			2		5
5		6	7			1		9
	7	1	2			8		
		8	5		4	7		2
	9		6	4			2	8
8			3		2			
	5	3			8		9	

Reforzando - Unidad 2

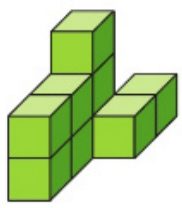
1 Halla la figura que continúa:

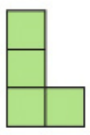
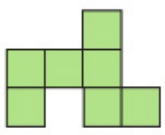
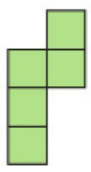
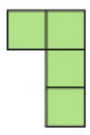
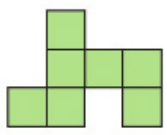
A) B) C) D)

2 Usando 4 de las piezas mostradas, forma un rompecabezas cuadrado. ¿Cuál de ellas sobra?

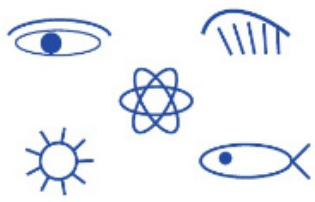
A) a B) b C) c D) d E) e

3 El sólido de la figura se construyó con 8 cubos idénticos. ¿Como se ve la construcción desde arriba?



A)  B)  C)  D)  E) 

4 En un lenguaje antiguo, los símbolos que se muestran a la derecha representaban los números 1; 2; 3; 4 y 5, en algún orden. ¿Cuál de los símbolos representa el número 3 si se sabe que se cumplen las siguientes tres igualdades?



A) B) C) D) E)

5 Un rectángulo está dividido en 40 cuadritos iguales. Sunya eligió una columna y la coloreó toda. Quedaron varios cuadritos sin colorear, y la cantidad de columnas que no quedaron coloreadas es par. ¿Cuantos cuadritos quedaron sin colorear?

A) 20 B) 30 C) 32 D) 35 E) 39

Olimpiadas nacionales e internacionales

6 Los canguros a, b, c, d y e están sentados en ese orden alrededor de una mesa circular.

De repente, 4 de los canguros intercambian su lugar con uno de sus vecinos. ¿Cuál es el canguro que no se movió si quedaron en el orden a, e, b, d, c?

A) a B) b C) c D) d E) e

7 El mes de enero del año en que nació mi papá, hubo exactamente cuatro lunes y cuatro viernes. ¿Qué día de la semana fue el primero de enero de ese año?

A) Lunes B) Martes C) Miércoles
D) Jueves E) Viernes

8 A una competencia se inscribieron inicialmente 19 hombres y 11 mujeres. Deben formarse 8 equipos de tal forma que cada equipo tenga el mismo número de personas y además cada equipo debe tener el mismo número de hombres que de mujeres. ¿Cuántas personas deben inscribirse al club, como mínimo, para que eso sea posible?

A) 2 B) 8 C) 10 D) 18 E) 26

9 En la cuadrícula aparecen los números 1, 2 y 3 como se muestra. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden colocar los números 4, 5, 6; 7; 8 y 9 (una vez cada uno) de manera que la suma de los números de cada renglón y de cada columna sea la misma?

1		
	2	
		3

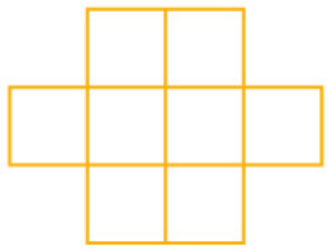
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 6

10 Víctor escribió los números del 1 al 9, uno en cada cuadrito de la cuadrícula que se muestra. Calculó la

suma de los enteros por cada uno de los renglones y de las columnas de la cuadrícula. Cinco de los resultados que obtuvo son 13, 14, 15, 16 y 17, en algún orden. ¿Cuál es el sexto resultado?

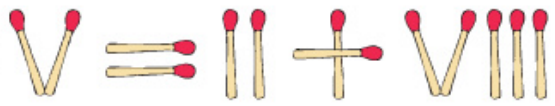
A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

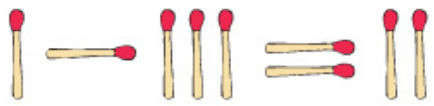
11 Escribe en cada casilla un número del 1 al 8, todos distintos, de manera que ninguno tenga un consecutivo con él, ni en vertical, ni en horizontal, ni en diagonal.

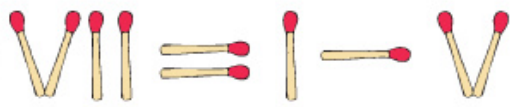


12 En cada caso, mueve un solo palito de fósforo para formar una igualdad.

a)

b) 

c) 

d) 

13 En la película La Jungla de Cristal 2, el malo propone a McCane y a su amigo un problema. Para desactivar una bomba tienen que colocar sobre una maleta una garrafa que contenga exactamente 4 litros de agua, pero sólo disponen de una garrafa de 5 litros y otra de 3 litros. ¿Cómo lo resuelven?

14 En el patio de una granja hay 9 perros que se pelean entre ellos. Intenta separar, solo con dos cercas de forma cuadrada, sus respectivas perreras, para que cada uno de los perros se quede aislado de los demás.

15 Llena el siguiente sudoku.

5	6	8		9	3			7
3	4				7			5
	9	7	5		4	6		3
7				1	2	5		
	1	9			8	7	6	
	8		7				3	
	2			3	5	8		
	5	1	2		6	3		
			9					

16 Un vagabundo se hace un pitillo con cada siete colillas que encuentra en el suelo. ¿Cuántos pitillos podrá fumarse si encuentra 49 colillas?

17 Se tienen 9 monedas. Una de ellas es falsa y pesa menos que las otras. Con una balanza, sin usar pesas, ¿cómo puedes encontrar la moneda falsa con solo dos pesadas?

18 Tres amigos tienen 21 botes de refrescos: 7 de ellos están llenos, 7 vacíos y 7 llenos hasta la mitad exactamente. ¿Cómo deben repartirse los botes para que los tres se lleven el mismo número de botes y la misma cantidad de refrescos? (No se puede trasvasar de un bote a otro).

19 Tres cajas están rotuladas: "manzanas y naranjas", "manzanas" y "naranjas". Cada uno de los rótulos es incorrecto. Se abre solo una caja y solo se puede elegir una fruta (no se permite palpar ni espiar). ¿Cómo se puede poner el rótulo correcto en cada caja?

20 Con doce monedas formamos un cuadrado, de tal modo que en cada lado haya cuatro monedas. Se trata de disponerlas, igualmente formando un cuadrado, pero con cinco monedas en cada lado del cuadrado.

Autoevaluación

1 ¿Cuál es el mínimo número de colores para pintar un cubo de forma que dos caras adyacentes no tengan el mismo color?

2 Llena el siguiente sudoku.

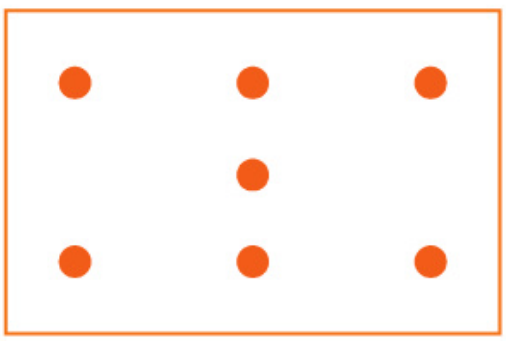
9	1	7	2	5	4			
4		2		8				
6	5				3	4		
		3		9		2	5	6
5			7			3		9
2					5		7	1
	2		5	3		7	6	
3	7		1	6			9	8
							3	

3 Juan le pregunta a su sobrina Luisa: ¿Cuál es la fecha de tu cumpleaños? Ella contesta: ¡Anteayer tenía 19 años, y el próximo año cumpliré 22!

A Juan le gustó tanto la respuesta que le regaló un diamante a su sobrina. ¿Sabes cuándo es el cumpleaños de Luisa?

4 Un reloj de arena tarda once minutos en dejar pasar la arena de un depósito a otro. Otro reloj de arena, más pequeño, hace lo mismo en siete minutos. ¿Cómo puede medirse quince minutos con ayuda de los dos relojes?

5 ¿Será posible dividir el siguiente rectángulo en siete regiones, con tres rectas, de modo que en cada región quede un punto?



6 Los números 1, 2, 3, 4 y 5 se colocan en la figura de modo que solo aparezcan una vez en cada fila, una vez en cada columna y una vez en cada diagonal. ¿Cuál es el valor de L + P?

1				
	2		5	
		3	L	1
				3
	3		1	P

Las 4 operaciones fundamentales

Criptoaritmética

Carlitos está aprendiendo a sumar. Luego de hacer su tarea, dejó su cuaderno olvidado en el patio, por lo que se mojó con la lluvia, borrándosele todas las cifras de la tarea.

Al reemplazar las cifras por letras resultó la adición mostrada:

$$\begin{array}{r} DD+ \\ II \\ AA \\ \hline DIA \end{array}$$

VIDEO DE TEORÍA

Cifras iguales son reemplazadas por la misma letra y cifras diferentes son reempladas por letras diferentes. Responde ¿Qué cifras representan cada una de las letras?

D = ☐ I = ☐ A = ☐

En la **CRIPTOARITMÉTICA** se reemplazan por letras o símbolos las cifras de una operación matemática.

El problema consiste en descubrir qué cifras fueron reemplazadas y reconstruir la operación.

Resolviendo: (Problema introductorio)

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1\ \ } \\ DD+ \\ II \\ AA \\ \hline DIA \end{array}$$

- En la suma de unidades se repite A, entonces,

  D + I = 10 (llevo 1)

- También en el resultado de sumar las decenas y lo que llevo se repite I, entonces:

  $1 + \underbrace{D + A}_{9} = 10$ (llevo 1)

- En las centenas D = 1

  De las igualdades: I = 9 y A = 8

Ten en cuenta

- $\begin{array}{r} 495+ \\ 53 \\ \hline 548 \end{array}$ - $\begin{array}{r} 812+ \\ 964 \\ 753 \\ \hline 2529 \end{array}$

De una columna de 2 sumandos a lo más se lleva 1 y de una columna de 3 sumandos, a lo más se lleva 2.

- $\begin{array}{r} 84+ \\ 73 \\ 46 \\ \hline 203 \end{array}$ - $\begin{array}{r} 389+ \\ 41 \\ 65 \\ \hline 495 \end{array}$

Si en la suma de las cifras de un orden se repite una de las cifras, entonces la suma de las cifras (exceptuando la que se repite) es un número exacto de decenas.

Ejemplo 1

Determina la suma de cifras del producto:

$$\begin{array}{r} *1* \times \\ 3*2 \\ \hline *3* \\ 3*2* \\ *2*5 \\ \hline 1*8*30 \end{array}$$

Resolviendo:

Completando las cifras de los productos parciales:

$$\begin{array}{r} *1* \times \\ 3*2 \\ \hline *30 \\ 3*20 \\ *2*5 \\ \hline 1*8*30 \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{array}{r} *15 \times \\ 3*2 \\ \hline *30 \\ 3*20 \\ 12*5 \\ \hline 1*8*30 \end{array}$$

Razonamiento Matemático

Del tercer producto parcial: $3 \cdot \underbrace{*15}_{415} = \underbrace{12*5}_{1245}$

$$\begin{array}{r} 415 \times \\ 3*2 \\ \hline 830 \\ 3*20 \\ 1245 \\ \hline 1*8530 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 415 \times \\ 382 \\ \hline 830 \\ 3320 \\ 1245 \\ \hline 158530 \end{array}$$

∴ La suma de cifras del producto es:

$$1 + 5 + 8 + 5 + 3 = 22$$

Ejemplo 2

Halla la suma de cifras del mayor valor que puede tomar el dividendo:

$$\begin{array}{r|l} 3***7 & 4* \\ \hline *** & ** \\ \hline & 2** \\ & *** \\ \hline & 3 \end{array}$$

Resolviendo:

$$\begin{array}{r|l} 3***7 & 4* \\ \hline *** & ** \\ \hline 2*7 & \\ 2*4 & \leftarrow *\cdot 4* \ \ldots\ldots (1) \\ \hline 3 & \end{array}$$

De (1), para que el dividendo sea máximo el producto de $* \cdot 4*$ debe ser máximo, o sea, cercano a 300.

$$\underbrace{2*4}_{294} = * \cdot \underbrace{4*}_{6\cdot 49 \ \ 7\cdot 42}$$

Analizando ambas posibilidades:

1era

$$\begin{array}{r|l} 3**97 & \boxed{49} \\ \hline *** & *6 \\ \hline 297 & \\ 294 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

$\underbrace{***}_{392} = * \cdot 49 \quad \Rightarrow * = 8$

2da

$$\begin{array}{r|l} 3**97 & \boxed{42} \\ \hline *** & *7 \\ \hline 297 & \\ 294 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

$\underbrace{***}_{378} = * \cdot 42 \quad \Rightarrow * = 9$

Como el dividendo debe ser máximo, consideramos la 1era posibilidad:

$$\begin{array}{r|l} 39497 & 49 \\ \hline 392 & 86 \\ \hline 297 & \\ 294 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

∴ La suma de cifras es:

$$3 + 9 + 4 + 9 + 7 = 32$$

Nivel básico

1 **Reconstruye** la adición:

$$\begin{array}{r} 1\square 5 + \\ \square 7\square \\ \hline \square 028 \end{array}$$

2 Descubre los valores de A, B y C en:

$$\begin{array}{r} ABC + \\ CBA \\ 4BA \\ \hline ABCA \end{array}$$

3 **Encuentra** el valor de A + B en:

$$\overline{3AB} \times 2 = \overline{AB0}$$

4 **Reconstruye** la sustracción y suma todas las cifras encontradas en:

$$\begin{array}{r} 9\square 9\square \\ -\ \square 9\square 9 \\ \hline 5\,3\,8\,3 \end{array}$$

5 **Completa** la operación y **da** como respuesta el dividendo.

$$\begin{array}{r|l} \square\square & \square \\ \square & 1\,2 \\ \hline 1\,\square & \\ \square\,4 & \\ \hline 5 & \end{array}$$

6 **Determina** $2x - y$, si $\overline{xy} + \overline{yx} = 187$, donde $x > y$.

7 Si $\overline{47b} + \overline{5b} = \overline{5bc}$, **halla** $(b + c)\overline{bc}$.

8 En la multiplicación:

$$\begin{array}{r} \overline{CBA} \times \\ 6 \\ \hline A59A \end{array}$$

halla: 2(A + B).

9 **Determina** la suma de las cifras del producto en:

$$\begin{array}{r} 7\square\square \times \\ 4\square \\ \hline \square\,4\square\square \\ \square\square\,4\,0 \\ \hline \square\square\square\,7\,0 \end{array}$$

Nivel intermedio

10 Halla $m + n - p$, si :

$$\overline{nmn} = \overline{b2} + \overline{5m} + \overline{pmn}$$

Nivel avanzado

11 **Halla** la suma de las cifras del producto en:

$$\begin{array}{r} 8\square\square \times \\ 5\square \\ \hline \square 7\square\square \\ \square\square 6\,5 \\ \hline \square\square\square\,9\,6 \end{array}$$

12 **Determina** la suma de las cifras desconocidas.

$$\begin{array}{r|l} *94 & *2 \\ \cline{2-2} 6* & ** \\ \cline{1-1} ** & \\ ** & \\ \cline{1-1} 22 & \end{array}$$

13 Si $\overline{A2B} \times \overline{C6}$

$$\begin{array}{r} **4 \\ 3** \\ \hline **4* \end{array}$$

la suma de los dígitos del producto final es:

14 **Halla** la suma de cifras del dividendo:

$$\begin{array}{r|l} 3**9 & ** \\ \cline{2-2} **5 & *8 \\ \cline{1-1} *** & \\ 5** & \\ \cline{1-1} 19 & \end{array}$$

Razonamiento Matemático

Tarea

1 Si $\overline{3VB} + \overline{BCV} = 1000$, **nalla** $\overline{CBV}$.

2 **Halla** $A + B + C + D$, si $\overline{ABC} \times 9 = \overline{D833}$.

3 Si $\overline{BBA} + \overline{1B2} + \overline{CCC} + \overline{CC} = \overline{143C}$ el valor de $B(B + C)$ es:

4 Si se cumple:

$$\begin{array}{r} abc \times \\ 27 \\ \hline **** \\ ***** \\ \hline *4634 \end{array}$$

nalla $\overline{abc} - \overline{bac}$.

Suma de los primeros números naturales

Conteo de intervalos

Marcelo trajo un tronco de 5 m para leña. Cuando se disponía a trozar, se le acercó su hijo preguntándole qué tiempo iba a demorar, para jugar con él, a lo que respondió: "Más tarde haré la leña, ahora solo voy a trozar en pedazos de 1 m y en cada corte demoro 12 min".

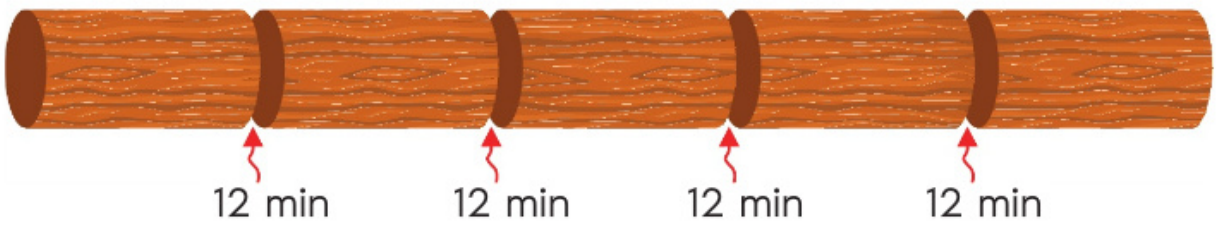
VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Qué tiempo va a demorar Marcelo en hacer los cortes? Argumenta tu respuesta.

Un intervalo es una porción de espacio o de tiempo limitado por dos extremos. Varios intervalos juntos comparten extremos, de modo que el número de intervalos no siempre coincide con el número de extremos.

Resolviendo: (Problema introductorio)



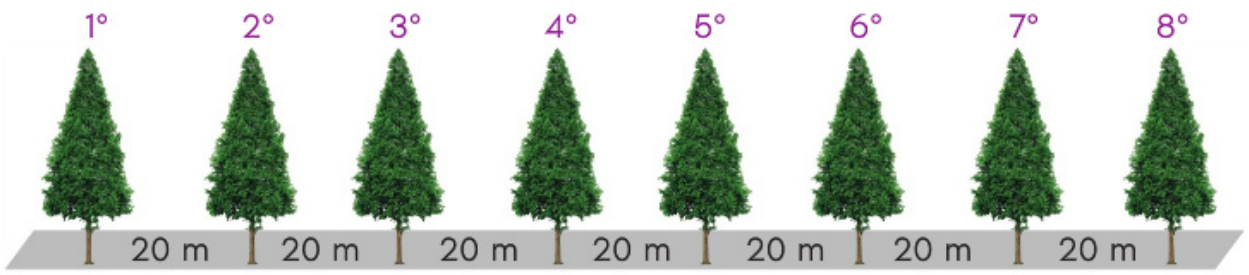
Para cortar en 5 partes solo tiene que hacer 4 cortes.

Por corte tarda 12 min, por los 4 cortes tarda 4×12 = 48 min.

Ejemplo 1

A lo largo de un camino se han plantado 8 árboles equidistantes cada 20 m. ¿Qué distancia hay entre el primer y el último árbol?

Resolviendo:

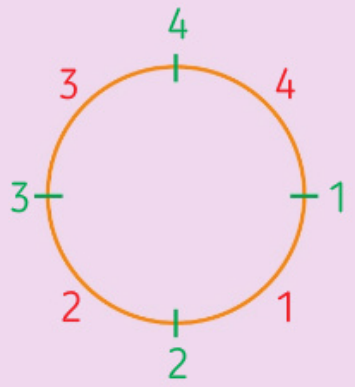


Entre 8 árboles hay 7 espacios de 20 m cada uno.

La distancia entre el 1° y 8° árbol es 7×20 = 140 m

Ten en cuenta

En una línea abierta el número de extremos es una unidad mayor que el número de intervalos.

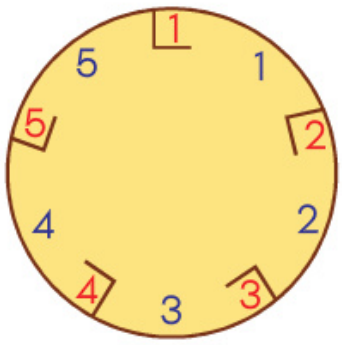


En una línea cerrada el número de extremos es igual al número de intervalos.

Ejemplo 2

En un distrito hay una plaza de toros circular de 160 m de perímetro. El alcalde quiere poner en el perímetro de la plaza 5 refugios equidistantes para los toreros. ¿Cada cuántos metros deben ubicarse los refugios?

Resolviendo:



Entre los 5 refugios hay 5 espacios, entonces la longitud de cada espacio debe ser:

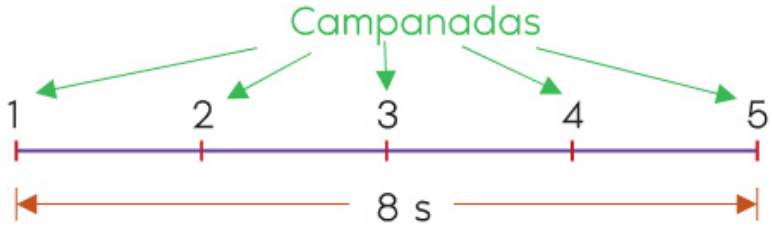
$160 \div 5 = 32$ m

Ejemplo 3

Un reloj que da la hora con igual número de campanadas tarda 8 segundos en dar las 5. ¿Cuánto tarda es reloj en dar las 10?

Resolviendo:

El tiempo se toma a partir de la primera campanada y termina con la última campanada.



En 5 campanadas hay 4 intervalos de tiempo.
Cada intervalo dura $8 \div 4 = 2$ segundos.

En 8 campanadas hay 7 intervalos de 2 s cada uno, entonces tarda $7 \times 2 =$ 14 segundos.

Nivel básico

1 Se quiere partir una varilla de fierro en 6 partes iguales. ¿Cuántos cortes hay que realizar?

2 Un sastre dispone de 12 metros de tela. Cada día corta un metro. ¿En cuántos días corta toda la tela?

3 Alonso tiene un aro de fierro y quiere partirlo en 8 trozos de igual longitud. ¿Cuántos cortes debe efectuar?

4 A lo largo de una avenida hay 10 árboles ubicados equidistantemente. El último árbol está a 360 m del primero. ¿Cada cuántos metros están ubicados los árboles?

Genio Matic

5 Un reloj que da la hora mediante campanadas tarda 2 segundos en dar las 3. ¿Qué tiempo demora en dar las 9?

Nivel intermedio

6 Alonso tiene un aro de fierro y quiere partir en 12 trozos de igual longitud. ¿Cuántos cortes debe efectuar?

7 Se desea cercar un terreno rectangular de 39 m de largo y 21 m de ancho con estacas puestas cada 3 m. ¿Cuántas estacas se necesitarán?

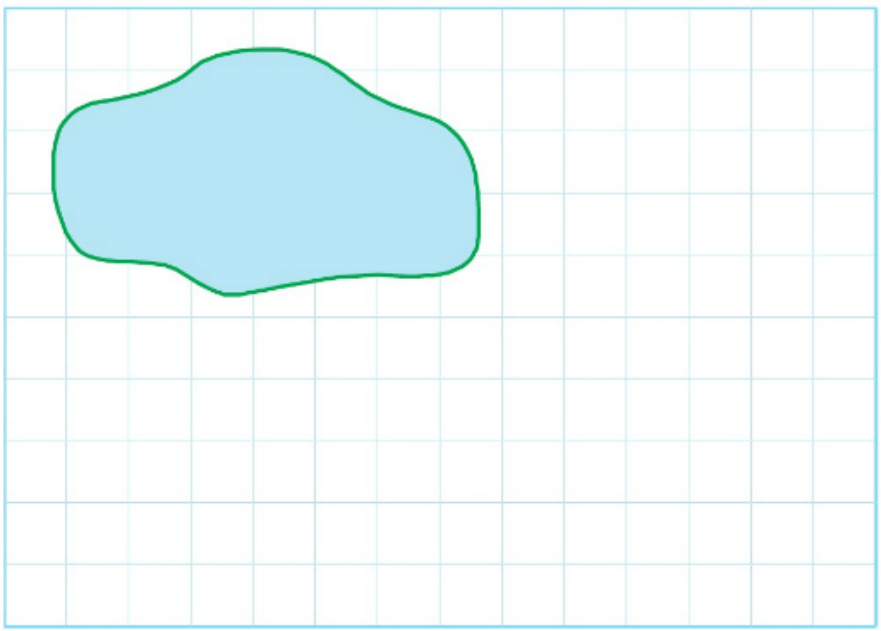
8 En una ferretería, donde tienen un stock de alambre de 84 m, cortan diariamente 7 m. ¿En cuántos días cortarán todo el alambre?

9 En una pista de salto con vallas, hay 15 de estas, separadas por una distancia de 4 m. ¿Cuál es la longitud entre la primera y última valla?

10 Un reloj da siete campanadas en 10 segundos. ¿Cuántas campanadas dará en 15 segundos?

Nivel avanzado

11 La siguiente línea curva representa el borde de un lago contaminado que debe ser cercado con estacas y alambre. ¿Cuántas estacas se deberán colocar cada 3 m sobre dicha curva, si el perímetro mide 2 100 m?



12 Una ametralladora dispara 100 balas en dos minutos. ¿Cuántas balas disparará en seis minutos?

13 Un collar de 20 eslabones se quiere transformar en 5 cadenitas de 4 eslabones. ¿Cuántos eslabones se deben abrir y cerrar para conseguir el propósito?

14 A Teresa le recetaron 8 pastillas que debe ingerir una cada 5 horas. ¿Qué tiempo le demandará tomar las 8 pastillas?

Tarea

1 Un albañil dividió una varilla de fierro en 9 partes iguales. ¿Cuántos cortes tuvo que efectuar?

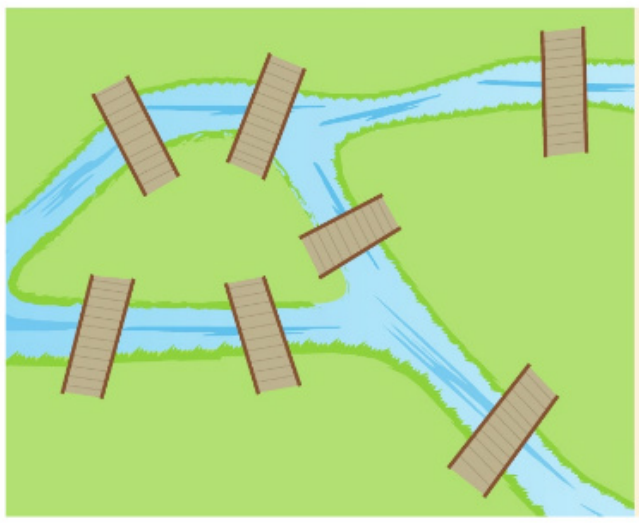
2 ¿Cuántos cortes se deben hacer en un listón de madera de dos metros de largo, si se necesitan pedazos de 8 cm de longitud?

3 ¿Cuál es la longitud total de una regla de madera, a la que se aplicó 17 cortes, obteniéndose pequeñas reglitas de 15 cm cada una?

4 Si para tocar un timbre seis veces Rommelito ha tardado 10 segundos, ¿cuánto tardará en tocar el mismo timbre nueve veces?

Concepto de par e impar

Trazado de figuras



El problema de los 7 puentes de Königsberg dio origen a una ciencia llamada Topología. Fue planteado por el matemático suizo Leonhard Euler, cuando vivía en esa ciudad.

Se preguntó si se podía pasar una sola vez por todos los puentes.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Es posible cruzar todos los puentes de la figura pasando una sola vez por cada una? _____

Para averiguar si una figura se puede dibujar de un solo trazo y sin levantar el lápiz del papel, necesitamos saber qué es un punto par y punto impar.

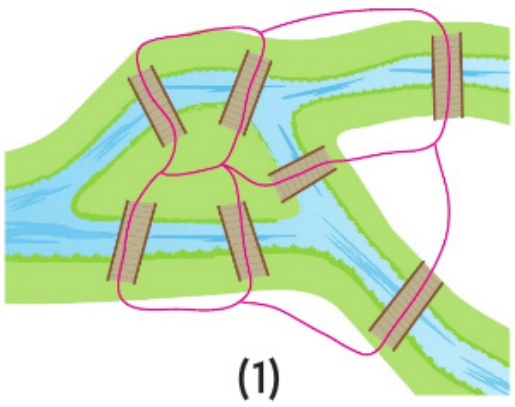
Punto par: Es el punto donde coinciden 2, 4, 6.... líneas y lo vamos a denotar con P.

Ejemplos:

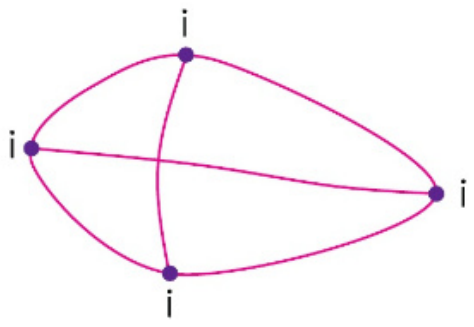
Punto impar: Es el punto donde coinciden 1, 3, 5.... líneas y lo vamos a denotar con I.

Ejemplos:

Resolviendo: (Problema introductorio)



(1)



(2)

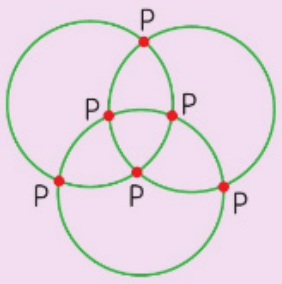
Cruzar por única vez todos los puentes de (1) equivale a recorrer de un solo trazo, y sin levantar el lápiz del papel, la figura (2).

Como tiene más de 2 puntos impares, **NO** es posible.

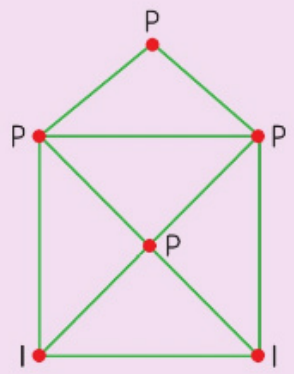
Ten en cuenta

¿Qué figuras se pueden dibujar de un solo trazo?

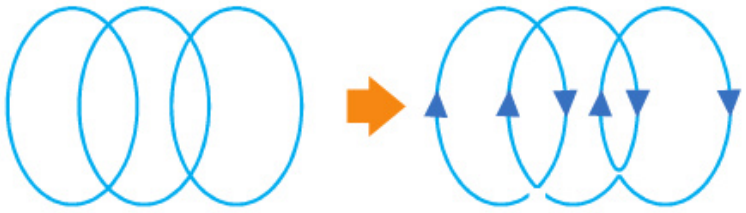
1. Si una figura posee solo puntos pares, entonces se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel ni pasar dos veces por la misma línea.

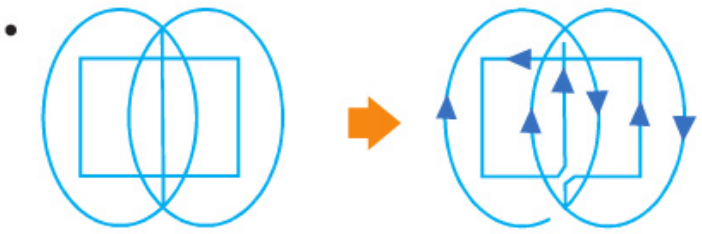


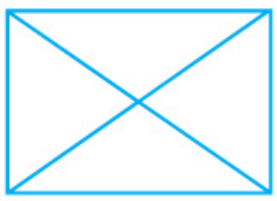
2. Si una figura tiene dos puntos impares, entonces se puede dibujar, empezando por uno de los puntos impares, sin levantar el lápiz del papel ni pasar dos veces por la misma línea.



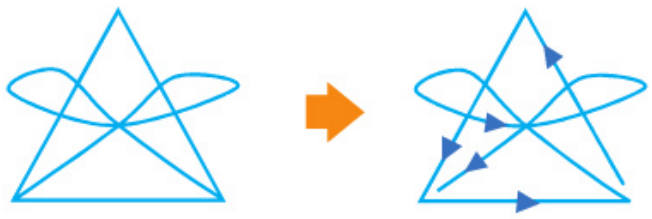
Ejemplos:

- 

- 

- 

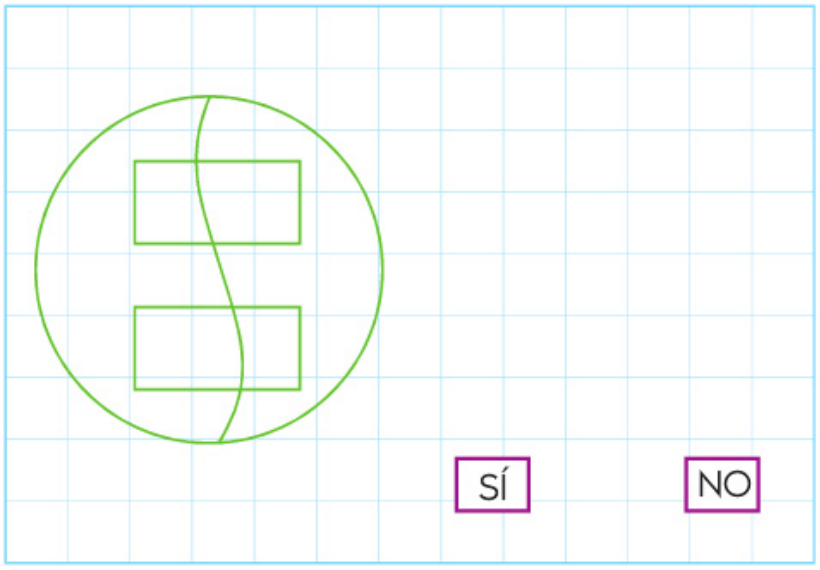
  NO es posible

- 

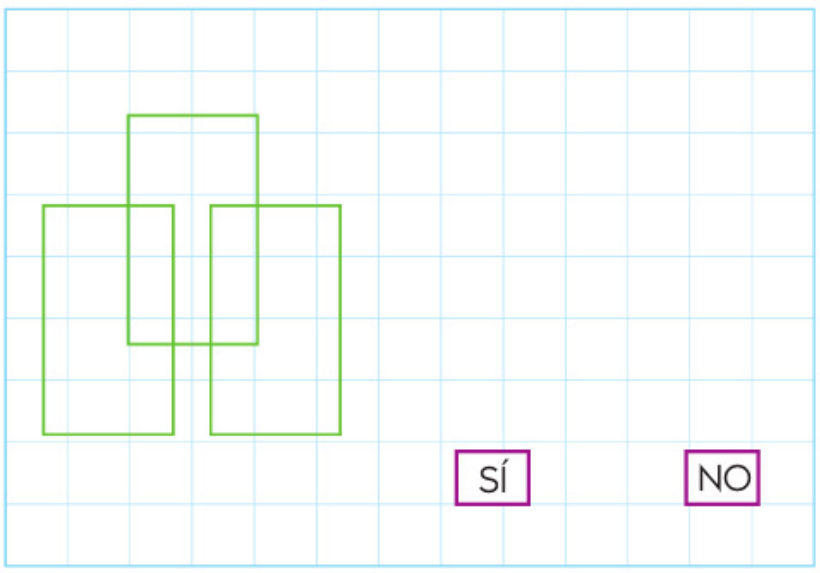
Nivel básico

Determina si las siguientes figuras se pueden dibujar de un solo trazo. **Indica** con **SÍ** cuando es posible (e intenta dibujarlo) y en caso contrario indica con **NO.**

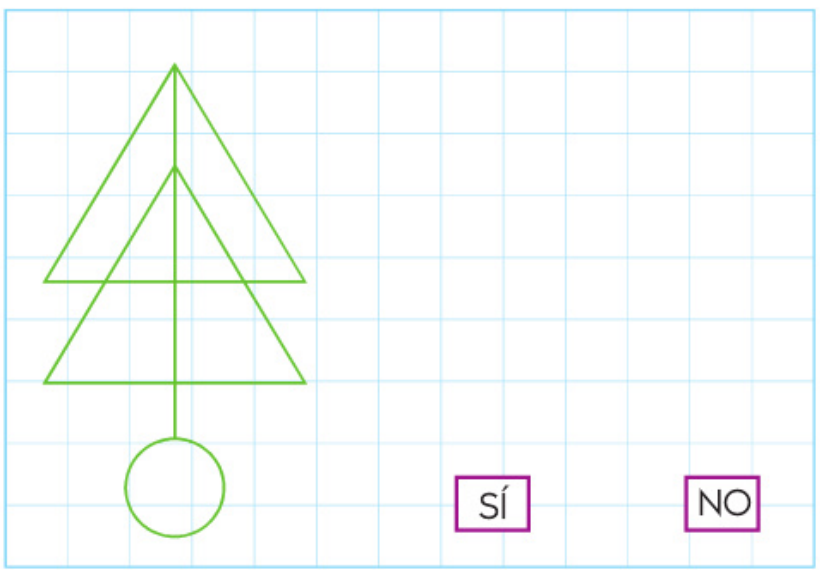
1



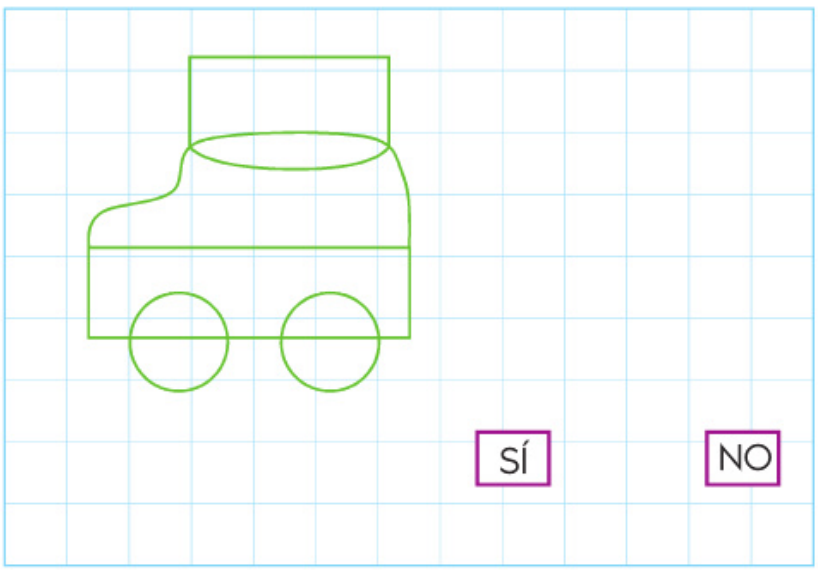
2



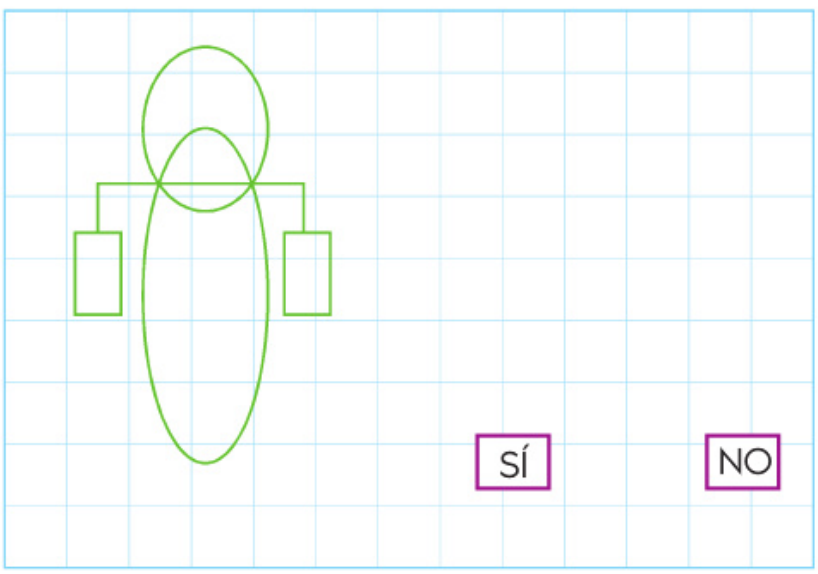
3



4

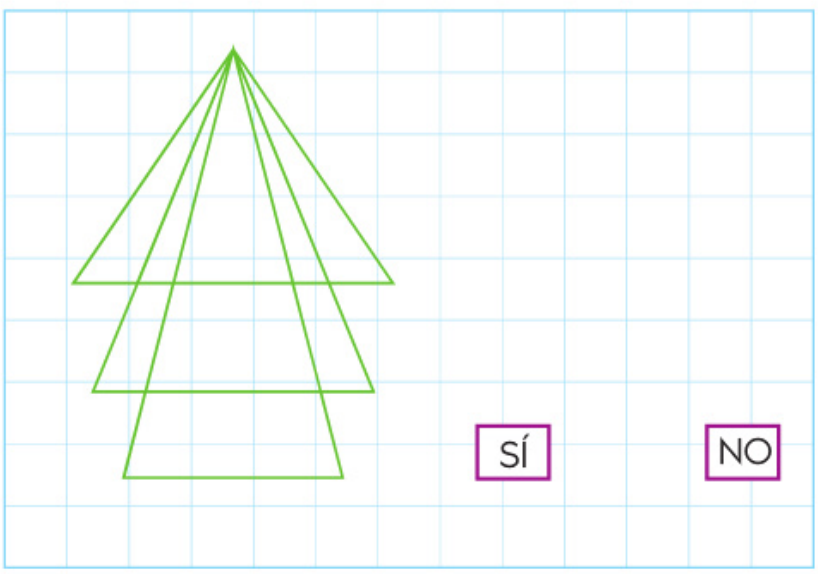


5

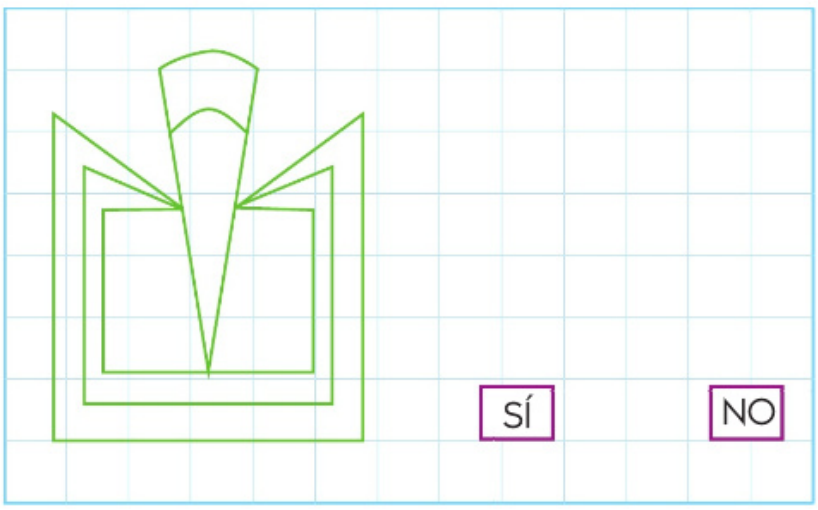


Nivel intermedio

6

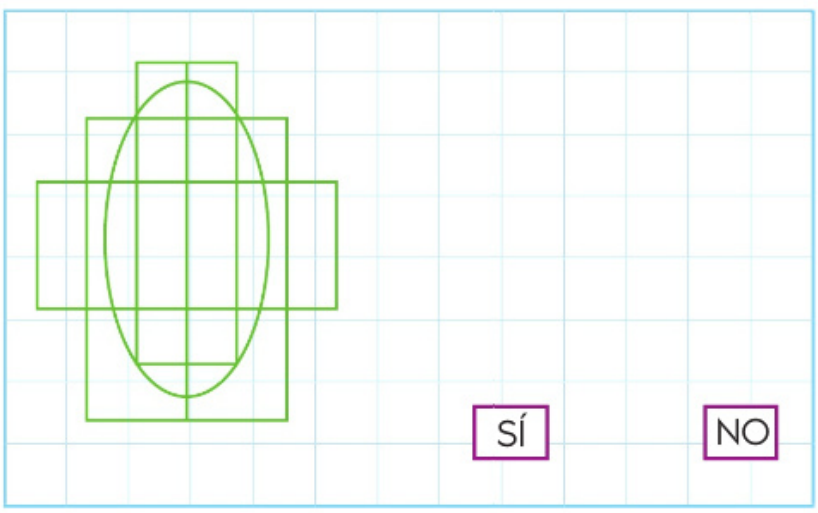


7



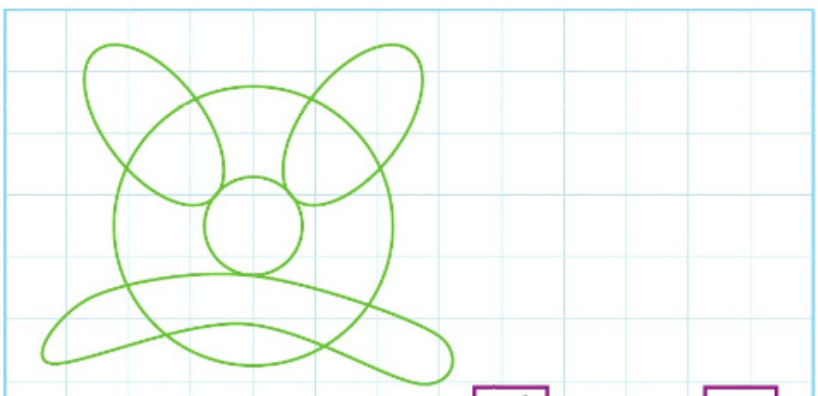
SÍ NO

8



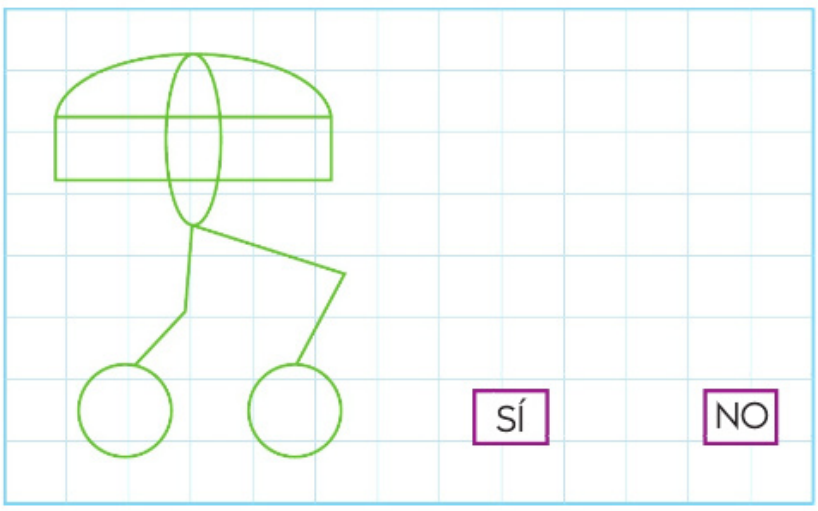
SÍ NO

9



SÍ NO

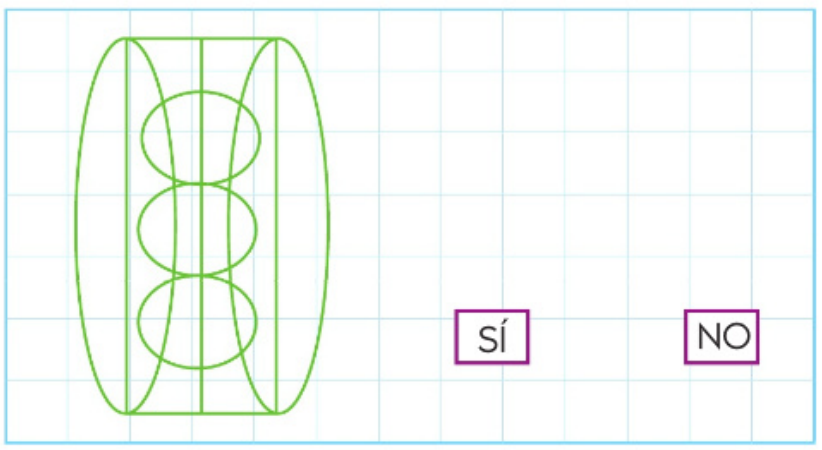
10



SÍ NO

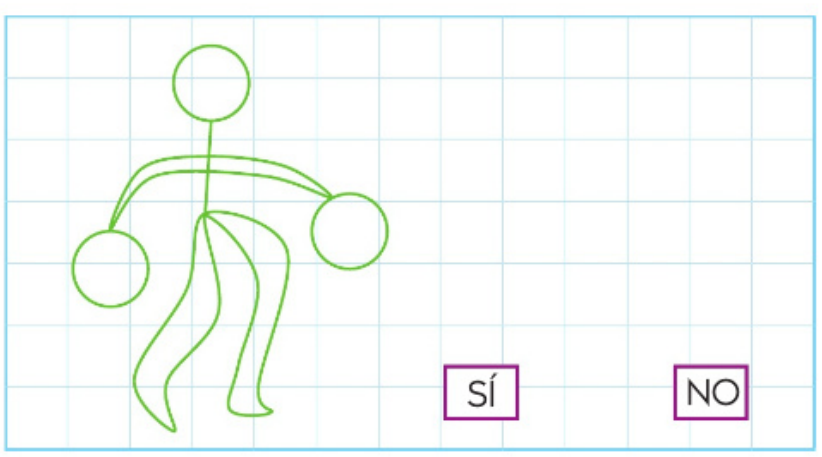
Nivel avanzado

11



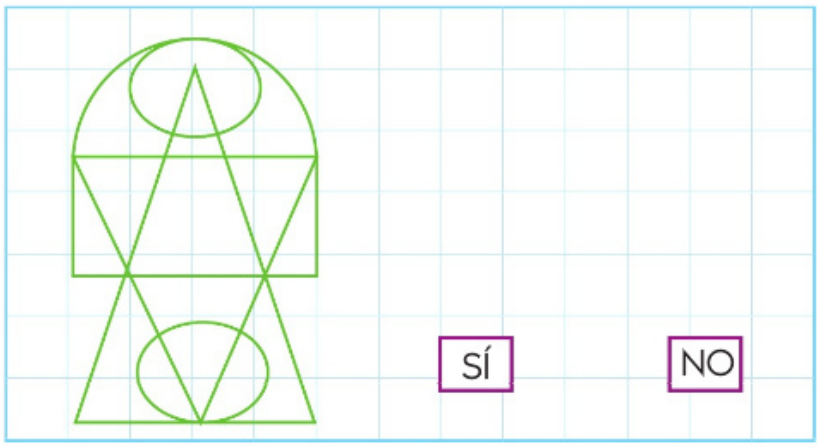
SÍ NO

12



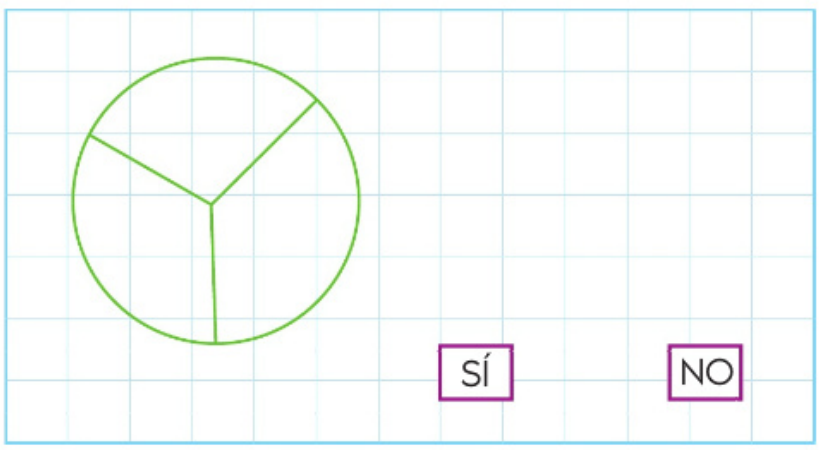
SÍ NO

13



SÍ NO

14

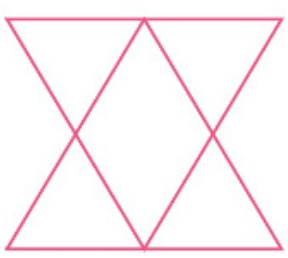


SÍ NO

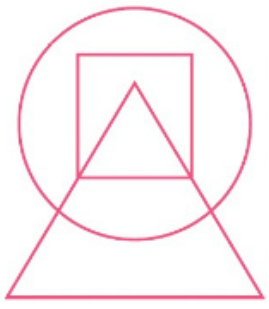
Tarea

Intenta dibujar de un solo trazo estas figuras. De no ser posible, justifica.

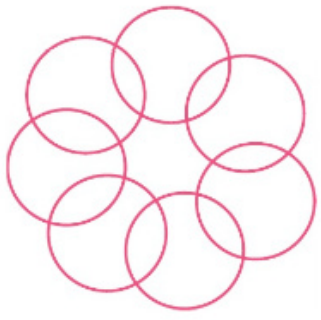
1



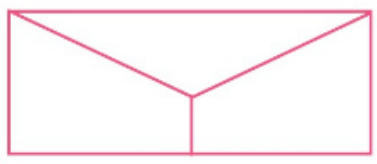
2



3



4



Reforzando - Unidad 3

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Sabiendo que $a + b + c = 23$, calcula:

$$\overline{aaa} + \overline{bbb} + \overline{ccc}$$

A) 3 552 B) 1 553 C) 2 553
D) 1 551 E) 2 333

2 En la siguiente adición calcula A + B + C, si la misma letra representa el mismo dígito y letras diferentes representan dígitos diferentes.

$$\begin{array}{r} 1C80A + \\ B1C5B \\ \hline 8A837 \\ \hline 155595 \end{array}$$

A) 13 B) 15 C) 17 D) 16 E) 18

3 Calcula el valor de $\overline{bca} + \overline{cab} + \overline{abc}$ si: a + b + c = 15.

A) 1665 B) 1555 C) 1565 D) 1655

4 Si $\overline{2abc} \times 3 = \overline{abc1}$, calcula el valor de $a + b + c$.

A) 18 B) 15 C) 17 D) 20

5 Un listón de madera de 1,2 m de longitud se divide en pedazos de 15 cm. ¿Cuántos cortes se hacen para la división?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9

6 Cuando su gatito "Mimí" se enfermó, Elsa lo llevó inmediatamente al veterinario. El doctor le recetó 10 pastillas para que le administre a "Mimí" cada 8 horas. Si la primera pastilla la ingirió a las 12 del día, ¿a qué hora le estará administrando la última pastilla?

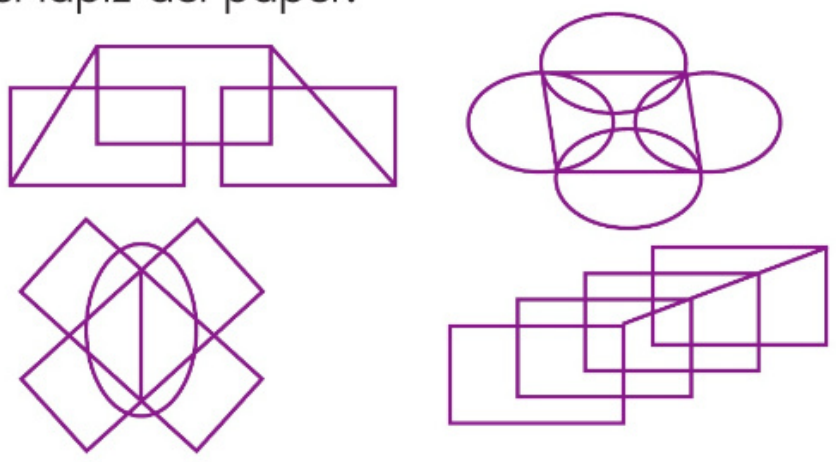
A) 6:00 a.m. B) 12:00 m.
C) 6:00 p.m. D) 12:00 p.m.

7 En el problema de multiplicación que aparece, A, B C y D representan dígitos diferentes, y ABC es un número de tres dígitos. ¿Cuál es el número de tres dígitos?

$$\begin{array}{r} A\,B\,C \times \\ D \\ \hline 2\,9\,4\,3 \end{array}$$

A) 317 B) 327 C) 339 D) 319 E) 329

8 ¿Cuántas de las siguientes figuras se pueden dibujar de un solo trazo y sin levantar el lápiz del papel?



A) 4 B) 1 C) 2 D) 3

9 Resuelve el siguiente criptograma y calcula el valor de A + B.

$$\begin{array}{r} \overline{A\,B\,7} + \\ \overline{3\,B\,A} \\ \hline 9\,3\,2 \end{array}$$

A) 10 B) 11
C) 56 D) 9

10 Si $\overline{A86A} + \overline{5B1} = \overline{5B95}$, calcula el valor de A + 2B.

A) 10 B) 11 C) 43 D) 9

11 En la siguiente adición, determina A + B + C.

$$\begin{array}{r} 1C80A + \\ B1C5B \\ \hline 8A837 \\ \hline 130498 \end{array}$$

A) 15 B) 12 C) 9
D) 11 E) 19

12 Calcula la suma de todos los números faltantes en el siguiente criptograma numérico:

$$\begin{array}{r|l} \square\,\square & 9 \\ \hline \square\,5\,\square & \\ \hline 3 & \end{array}$$

A) B) C) D)

13 Reconstruye la siguiente división y da como respuesta la suma de las cifras del dividendo.

$$\begin{array}{r|l} **** & 3* \\ \hline *4 & 22* \\ \hline -6* & \\ \hline ** & \\ \hline -4* & \\ \hline ** & \\ \hline *2 & \end{array}$$

A) 12
B) 14
C) 19
D) 18
E) 21

14 Si $\overline{A64} + \overline{8B1} = \overline{B37A}$, calcula el valor de A + B.

15 Si $\overline{3ab} \times 2 = \overline{ab0}$, calcula el valor de $a \cdot b$.

16 Cada letra es un dígito y un mismo dígito es la misma letra. ¿Qué dígito es K?

```
  K A  -
  A K
-------
  A A W
```

17 Completa los espacios en blanco y calcula la suma de todos los números que escribiste:

```
  9 □ 9 □  -
  □ 9 □ 9
-----------
  5 3 8 3
```

18 Reconstruye la siguiente multiplicación. Cada asterisco representa una cifra.

```
   2 * ×
   4 *
  ----
   * 4
 * 6
 -----
 9 * *
```

19 Completa la operación y da como respuesta la cifra mayor:

```
 □ □ | □
 □     12
 ---
 1 □
 □ 4
 ---
   5
```

20 En la siguiente multiplicación, determina A×B.

```
 A3BB ×
    8
 -------
 4BA76
```

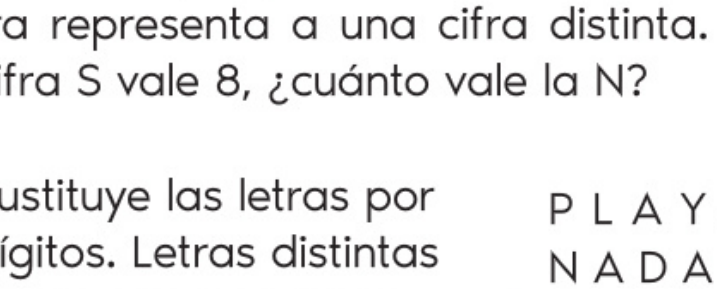
21 Reconstruye la siguiente multiplicación. Cada asterisco representa una cifra.

```
   * * ×
     * 3
   * 4 *
   * *
 * * 8 1
```

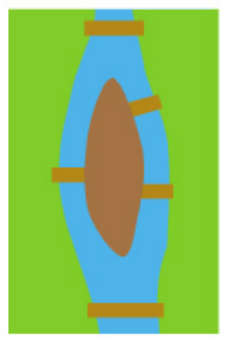
22 En un tráfico vehicular hay 25 autos en fila, distanciados entre sí 1 metro en promedio. Si consideramos que cada auto mide 4 metros de longitud, ¿cuál es la longitud de la fila de autos?

23 Carlos ha comprado un terreno rectangular de 12 metros de ancho por 28 metros de largo. Desea cercar con una malla de alambre poniendo postes cada 2 metros y uno en cada esquina. ¿Cuántos postes necesita?

24 ¿Cuál de estos sobres se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel y sin pasar más de una vez por el mismo trazo?



25 La figura muestra una isla en medio del río y 5 puentes en diferentes partes. ¿Es posible pasar una sola vez por todos los puentes?



26 Como todo el mundo sabe, 3 + 2 = 5, pero la suma que te mostramos es algo diferente, ya que cada letra representa a una cifra distinta. Si la cifra S vale 8, ¿cuánto vale la N?

```
  T R E S  +
    D O S
-----------
  C I N C O
```

27 Sustituye las letras por dígitos. Letras distintas representan números distintos.

```
  P L A Y A  -
  N A D A R
-----------
  3 1 7 4 4
```

28 Cada letra representa un dígito distinto. Halla el valor de cada una de ellas.

```
  X X Y  -
    Z X
-------
  X Z
```

29 Reconstruye la siguiente división e indica como respuesta la suma de cifras del dividendo.

```
 7 * * * *  | * *
 * *        | 5 3 * *
 ---
 - 4 *
   * 2
   ---
 - 1 *
   1 *
   ---
 - 3 *
   * 8
   ---
 - 7
```

Autoevaluación

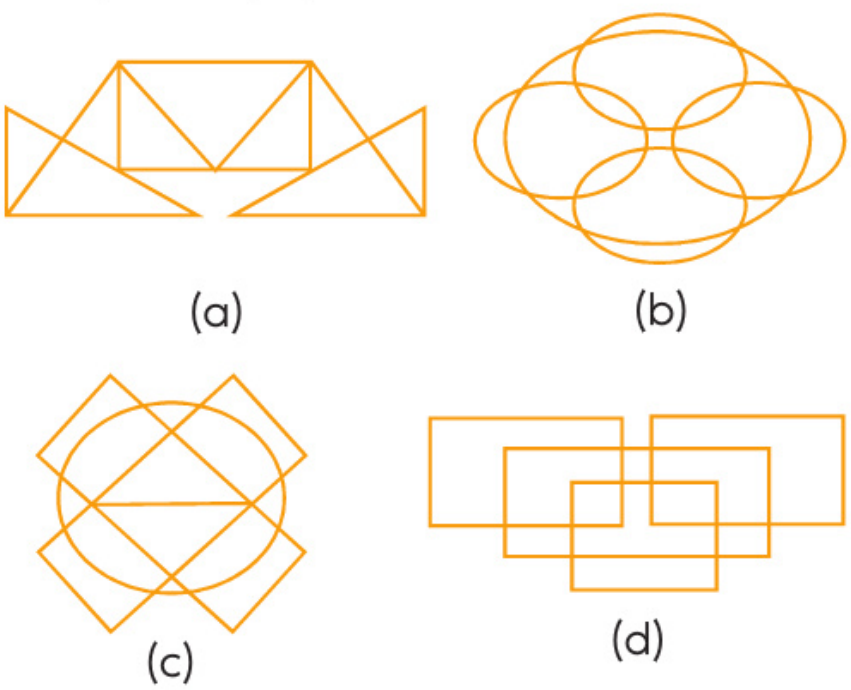
1 Calcula el valor de $\overline{bcda} + \overline{dabc} + \overline{abcd} + \overline{cdab}$ si $a + b + c + d = 14$.

2 Si:

$$\begin{array}{r} \overline{a\,b\,c} + \\ \overline{5\,a\,7} \\ 2\,7\,4 \\ \hline \overline{1\,b\,c\,7} \end{array}$$

halla $b + a + c + a$.

3 ¿Cuáles de las siguientes figuras se puede dibujar de un solo trazo y sin levantar el lápiz del papel?



(a)

(b)

(c)

(d)

4 Una soga de 12,15 metros de longitud se debe dividir en trozos de 27 cm. ¿Cuántos cortes se debe realizar?

5 Reconstruye la siguiente multiplicación:

$$\begin{array}{r} 3\,\square \times \\ \square\,6 \\ \hline 1\,\square\,6 \\ \square\,6 \\ \hline \square\,3\,\square \end{array}$$

6 Eleonor cercó su jardín rectangular utilizando 40 parantes. Puso 14 parantes en cada uno de los lados más largos. ¿Cuántos puso en cada lado más corto?

Conteo de segmentos, ángulos y triángulos

Adición de números naturales

Una empresa de transporte que cubre la ruta Lima – Piura tiene agencias en Trujillo y Chiclayo.

La empresa quiere hacer un boleto diferente para expedir a los pasajeros en cada una de las 4 agencias con destino a cualquiera de las otras 3 agencias.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuántas boletos distintos tendría que conseguir? _____

Contar cosas puede ser fácil, y más aún si se utiliza una técnica apropiada, pero puede conducir a un error si no se hace en forma ordenada.

En este capítulo vamos a ver diversas estrategias para contar segmentos, ángulos y triángulos.

Resolviendo:

- Cada boleto está asignado para un segmento.
- Cada segmento tiene asignado dos boletos, uno de cada extremo. Por consiguiente, el número de boletos es igual al doble del número de segmentos.
- Número de boletos = $2(1 + 2 + 3) = 2 \times 6 = 12$

Conteo de segmentos

Ejemplo 1

¿Cuántos segmentos hay en la figura?

Resolviendo:

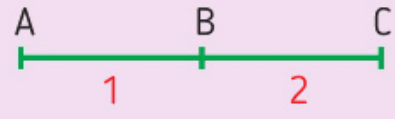
∴ N° de segmentos: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$

Ten en cuenta

CÓMO CONTAR SEGMENTOS

Segmento: $\overline{AB}$

N° de segmentos: 1



Segmentos: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$

N° de segmentos:

$1 + 2 = 3$

Segmentos:

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ y $\overline{AD}$

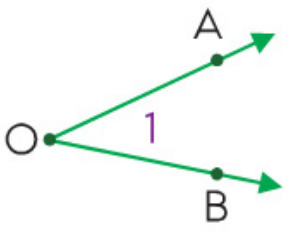
N° de segmentos:

$1 + 2 + 3 = 6$

Para calcular el número de segmentos, numeramos los segmentos simples y sumamos los números de la numeración.

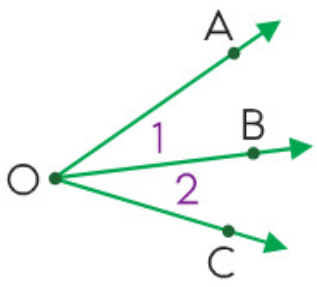
Conteo de ángulos

Para contar ángulos, también se puede emplear la técnica de conteo de segmentos. **Observa** las siguientes figuras.



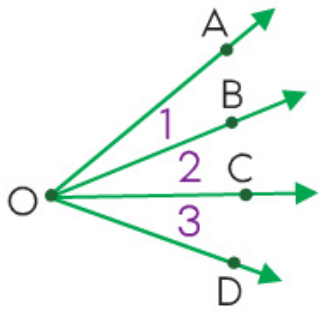
Ángulo: AOB

Número de ángulos: 1



Ángulos: AOB, BOC y AOC

Número de ángulos: 1 + 2 = 3



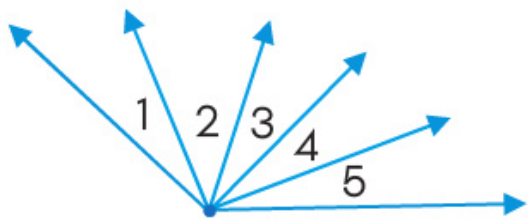
Ángulos: AOB, BOC, COD, AOC, BOD y AOD

Número de ángulos: 1 + 2 + 3 = 6

Ejemplo 2

¿Cuántos ángulos hay en la figura?

Resolviendo:

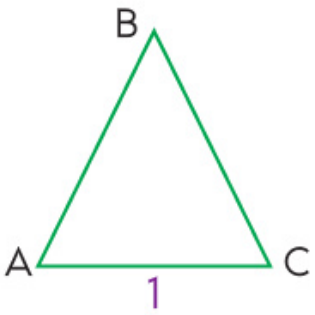


∴ Número de ángulos:

1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15

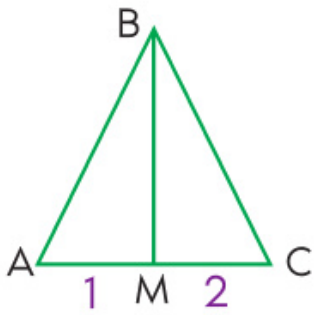
Conteo de triángulos

También para contar trinángulos se puede emplear la técnica de conteo de segmentos, pero solo en algunos casos. Cuando no es posible utilizar, se numeran todas las regiones de la figura y se cuentan los triángulos de 1 número, de 2 números, etc.



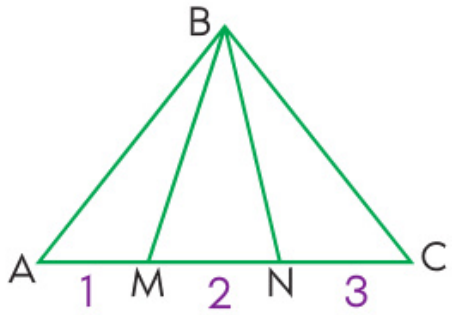
Triángulo: ABC

Número de triángulos: 1



Triángulos: ABM, MBC y ABC

Número de triángulos: 1 + 2 = 3

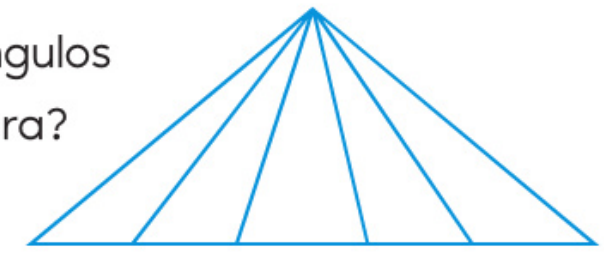


Triángulos: ABM, MBN, NBC, ABN, MBC y ABC

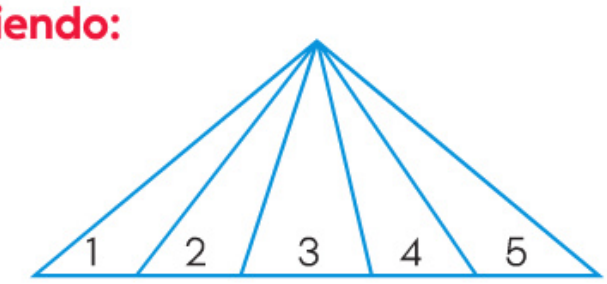
Número de triángulos: 1 + 2 + 3 = 6

Ejemplo 3

¿Cuántos triángulos hay en la figura?



Resolviendo:

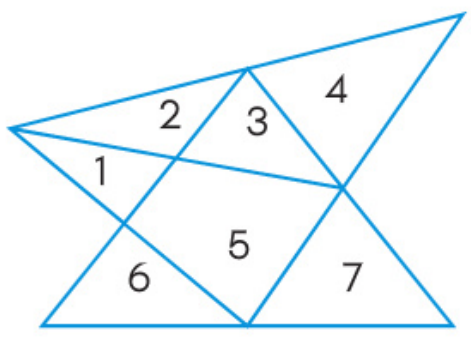


∴ Número de triángulos:

1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15

Ejemplo 4

¿Cuántos triángulos hay en la figura?



Resolviendo:

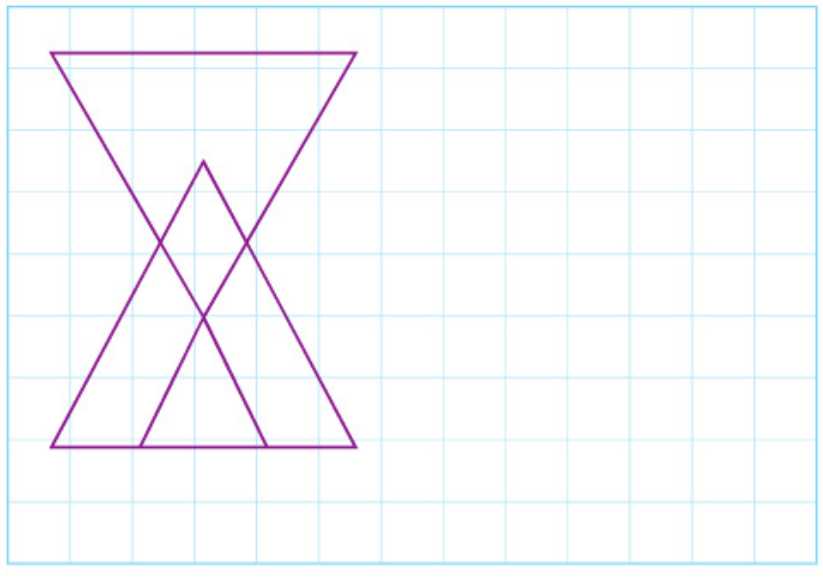
△s de 1#: 1; 2; 3; 4; 6 y 7	6
△s de 2#s: 12; 15; 23	3
△s de 3#s: 234	1
△s de 4#s: 3567	1
△s de 5#s: 12345	1
Total:	12

GENIO MATIC

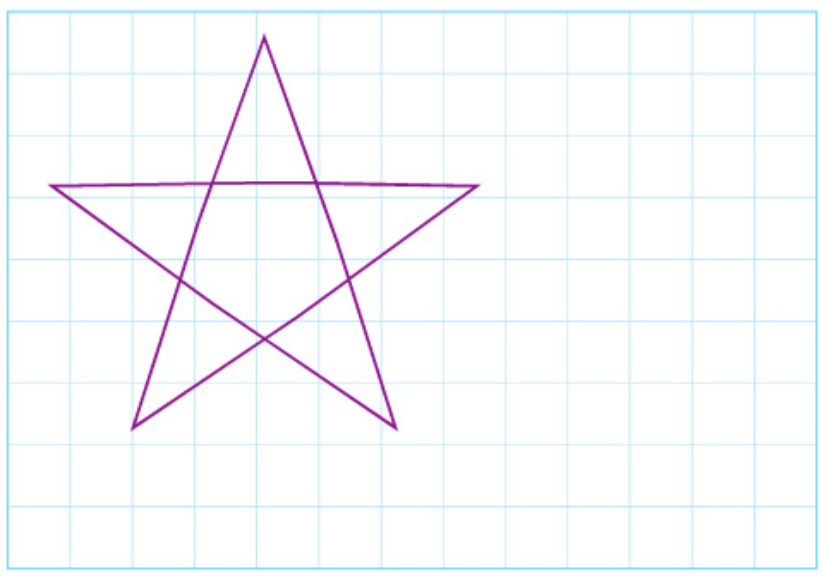
Nivel básico

¿Cuántos segmentos hay en las siguientes figuras?

1

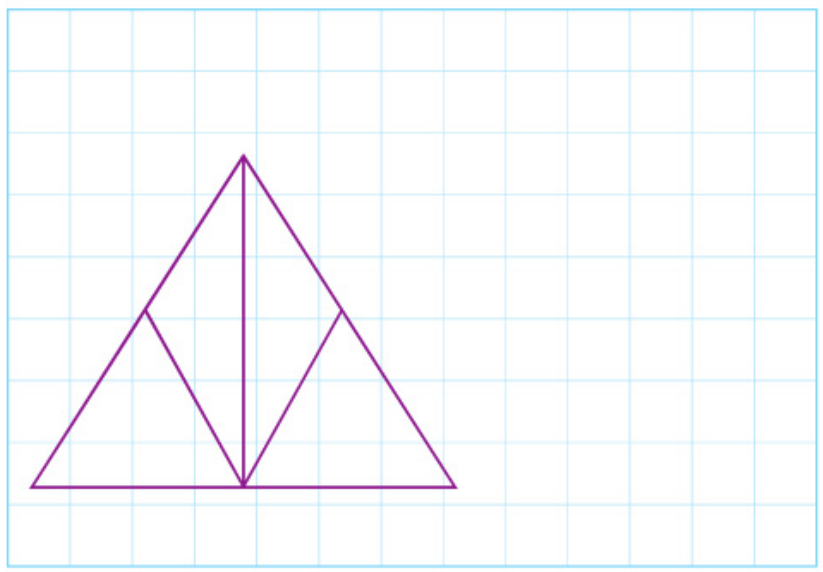


2

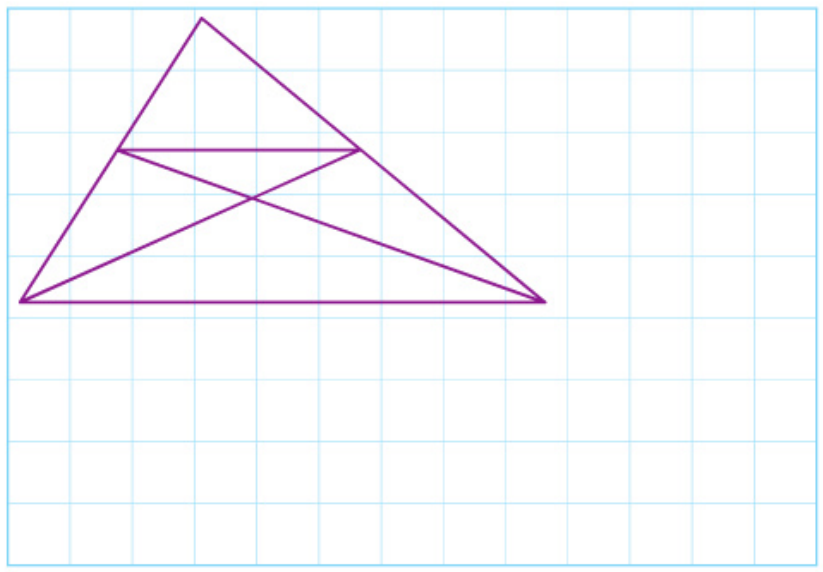


¿Cuántos triángulos hay en las siguientes figuras?

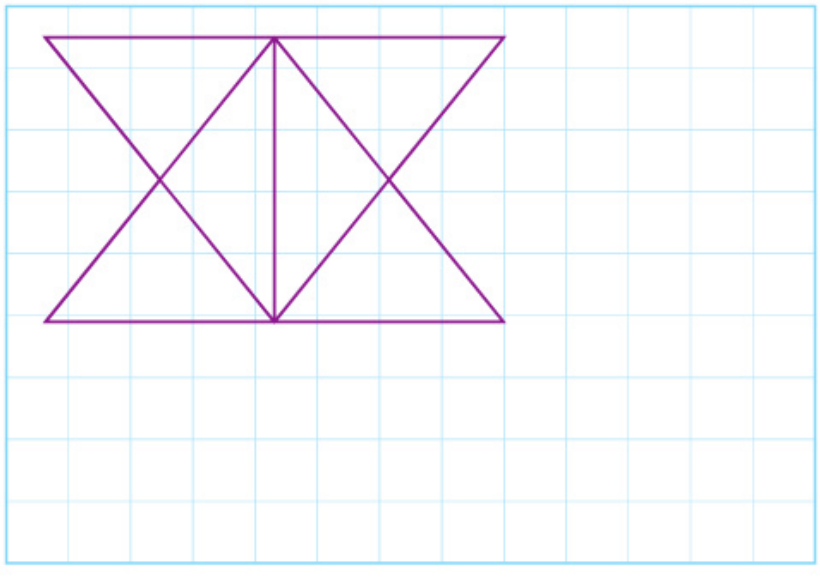
3



4



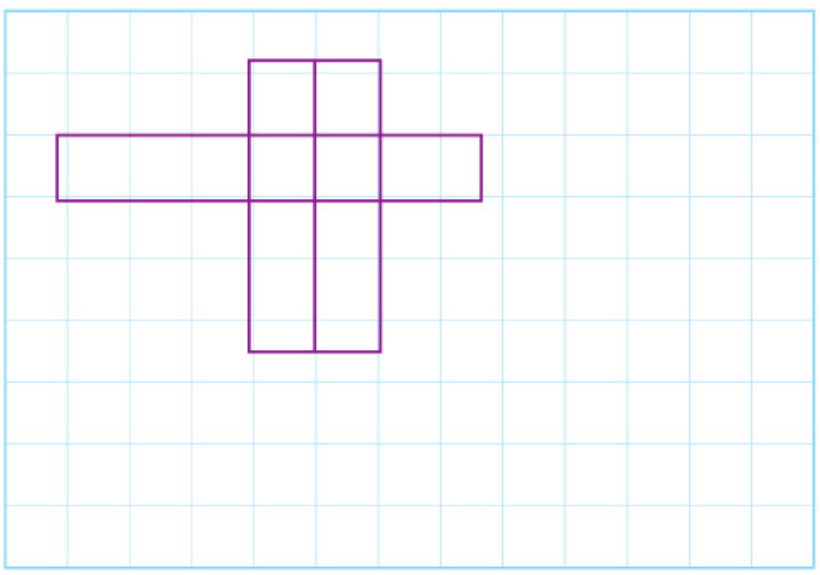
5



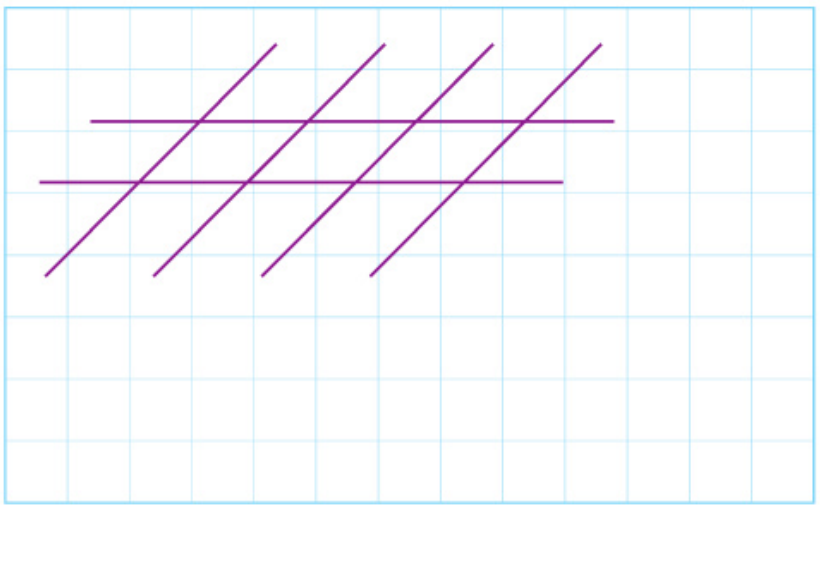
Nivel intermedio

¿Cuántos segmentos hay en las siguientes figuras?

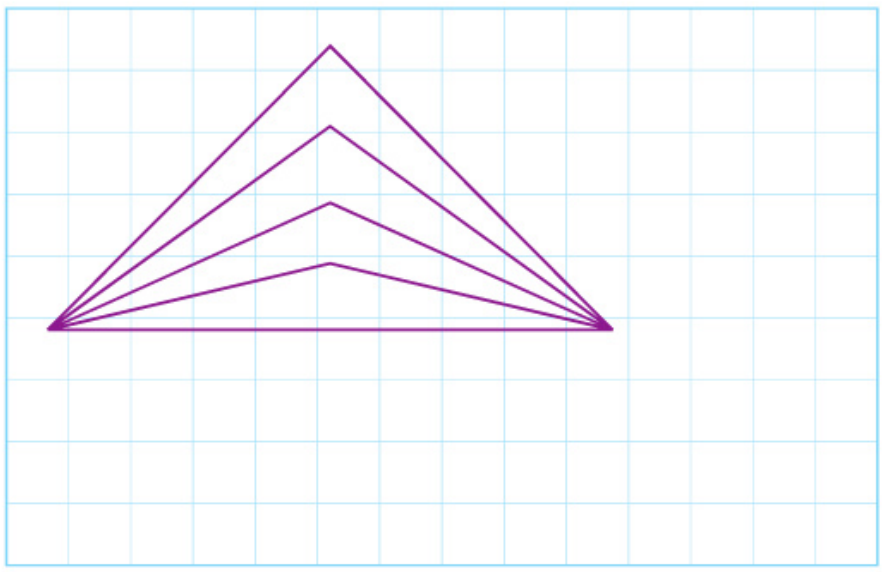
6



7

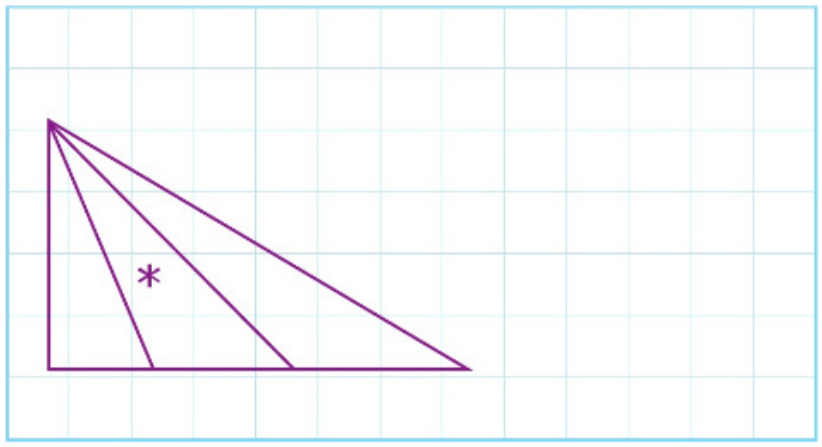


8 ¿Cuántos ángulos hay en la figura?

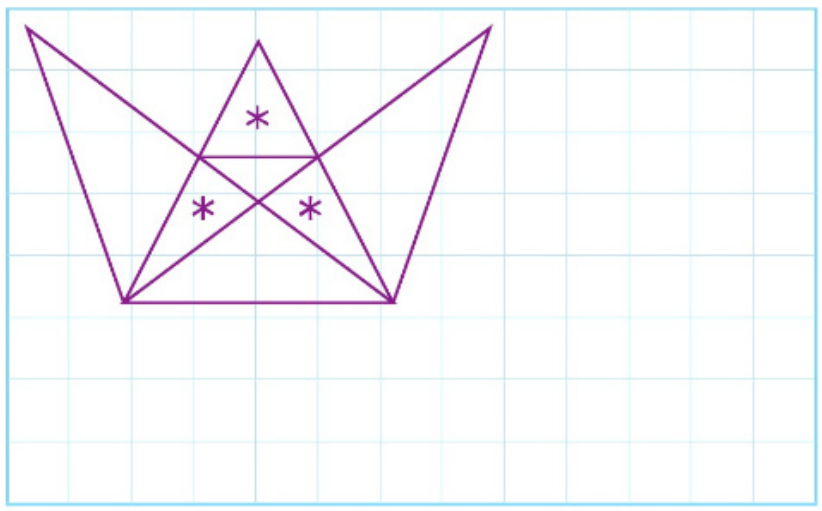


En las siguientes figuras, **determina** el número de triángulos que contienen un solo asterisco.

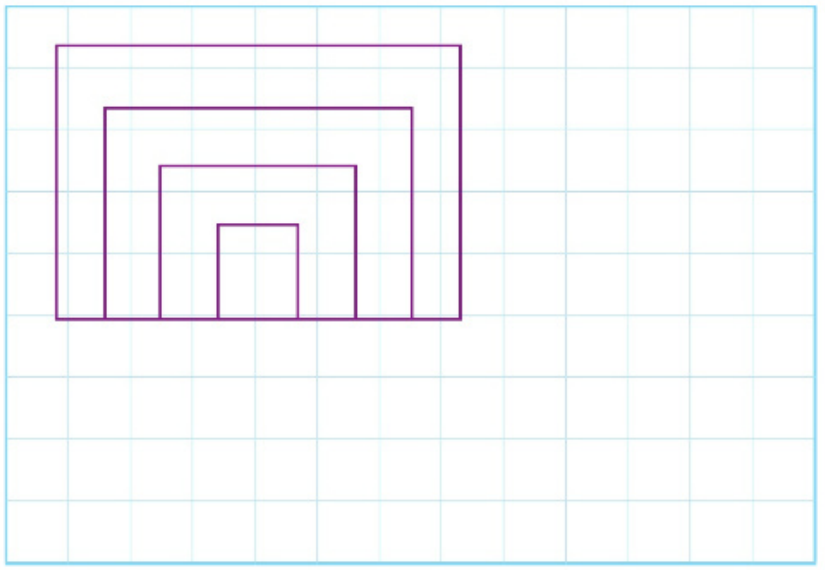
9



10

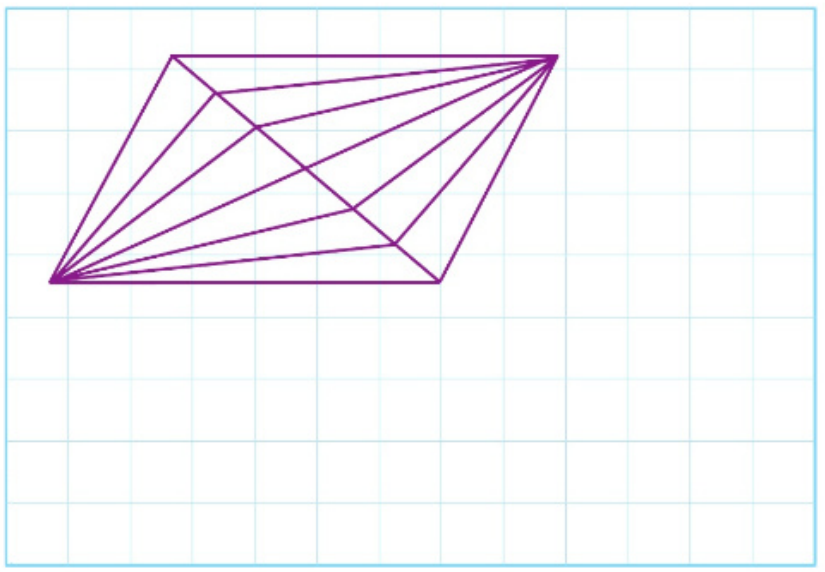


12



Determina el número de segmentos y triángulos en cada una de las siguientes figuras.

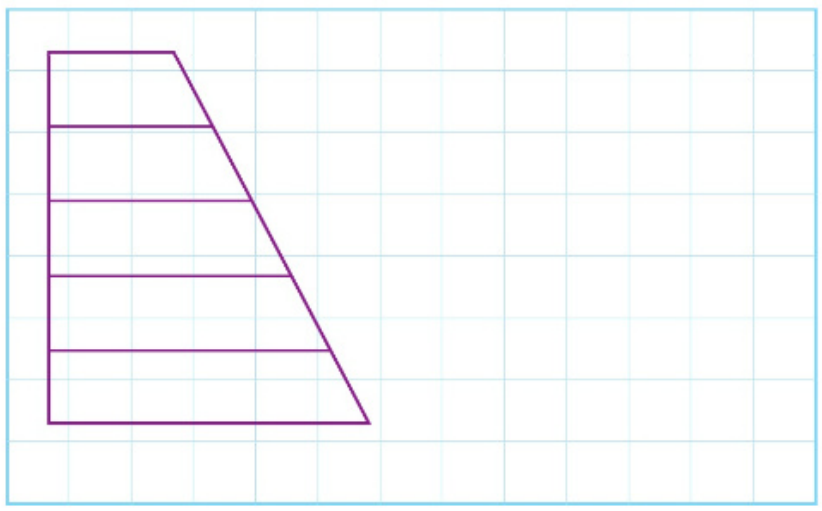
13



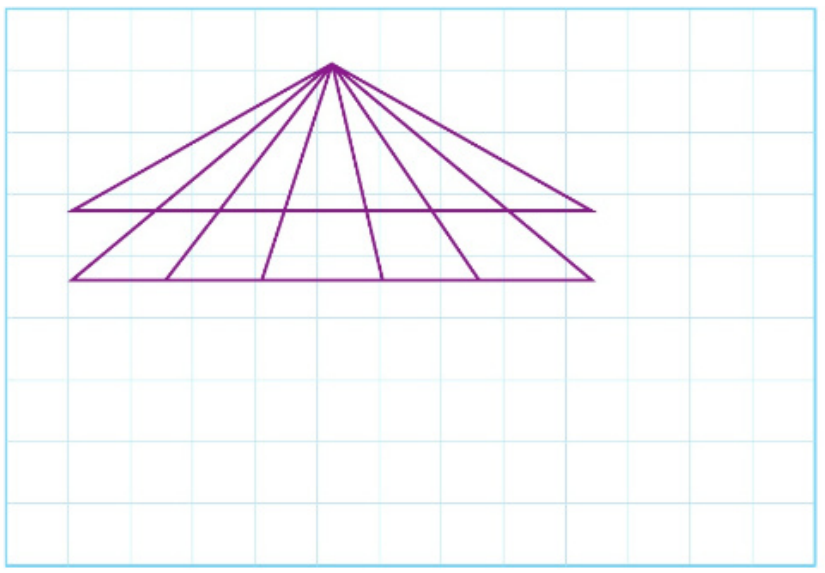
Nivel avanzado

En las siguientes figuras, **determina** el número de segmentos:

11



14

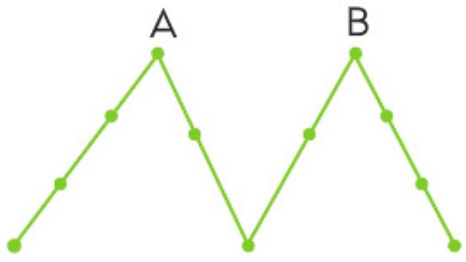


Razonamiento Matemático

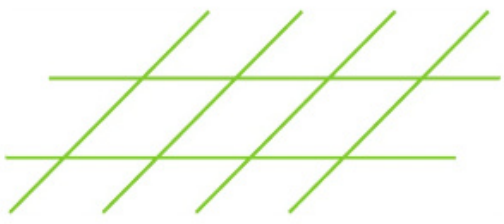
Tarea

¿Cuántos segmentos hay en las siguientes figuras?

1

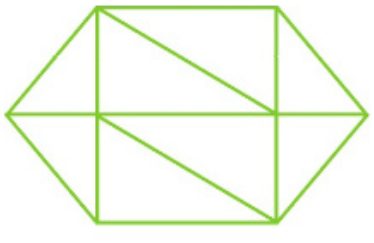


2

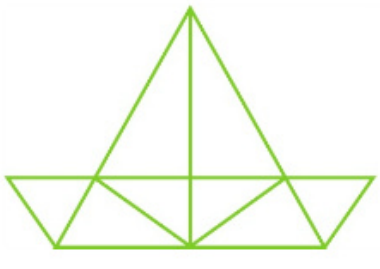


Determina el número de triángulos en cada una de las siguientes figuras:

3



4



Conteo de cuadriláteros

- Adición y multiplicación
- Conteo de segmentos

Una empresa ha contratado un panel publicitario de 4 compartimientos y ha solicitado al impresor de gigantografías la impresión de la publicidad.

El impresor debe decidir en qué dimensiones va imprimir la publicidad.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuántas opciones tiene el impresor? _____

El **cuadrilátero** es la figura que tiene 4 lados. Para contar el número de cuadriláteros podemos utilizar, siempre que sea posible, la técnica del conteo de segmentos. Cuando la figura no se presta para dicha técnica, se debe contar por enumeración.

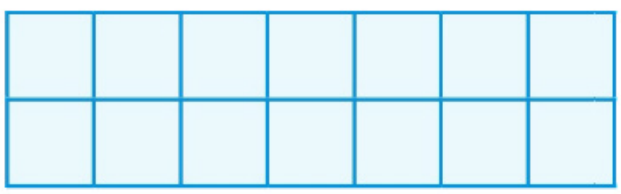
Resolviendo:

Opción 1: Opción 2 Opción 3: Opción 4:

∴ Puede imprimir en cualquiera de los 4 tamaños.

Ejemplo 1

¿Cuántos cuadriláteros aparecen en la figura mostrada?



Resolviendo:

Los cuadriláteros que observamos en la figura son cuadrados y rectángulos.

Para hallar el número total se procede del modo siguiente:

2						
1	2	3	4	5	6	7

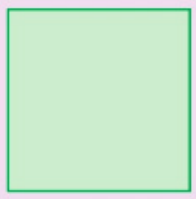
- Luego sumamos los números que están en columna: 1 + 2 = 3
- Del mismo modo sumamos los números que están en fila:

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28

∴ Ambos resultados se multiplican 3 x 28 = 84 cuadriláteros

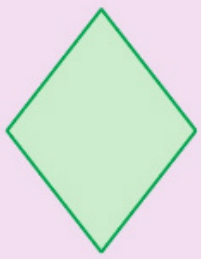
Ten en cuenta

Cuadriláteros Notables

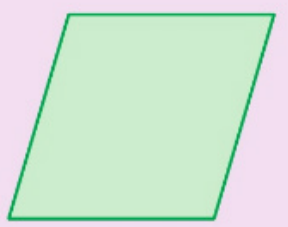


Cuadrado

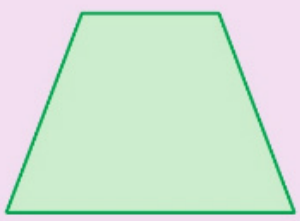
Rectángulo



Rombo



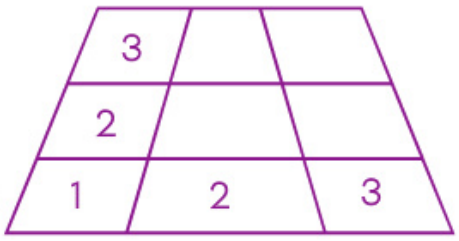
Paralelogramo



Trapecio

Ejemplo 2

Contemos el número de cuadriláteros que aparecen en la figura:



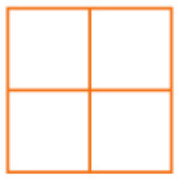
Resolviendo:

N° Cuadriláteros es: (1 + 2 + 3)(1 + 2 + 3) = 36

Conteo de cuadrados

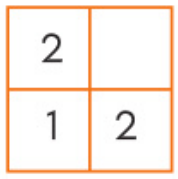
Ejemplo 3

¿Cuántos cuadrados hay en la figura?



Resolviendo:

De la esquina inferior izquierda colocamos los números hacia arriba y hacia la derecha.

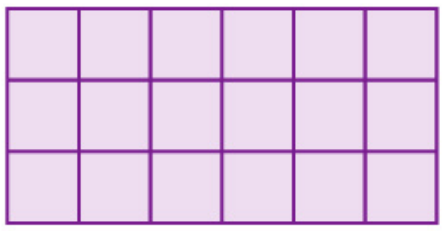


2 × 2 = 4 +
1 × 1 = 1
5

∴ Hay 5 cuadrados

Ejemplo 4

¿Cuántos cuadrados hay en la siguiente figura?



Resolviendo:

De la esquina inferior izquierda colocamos los números hacia arriba y hacia la derecha.

3					
2					
1	2	3	4	5	6

Luego efectuamos las siguientes multiplicaciones:

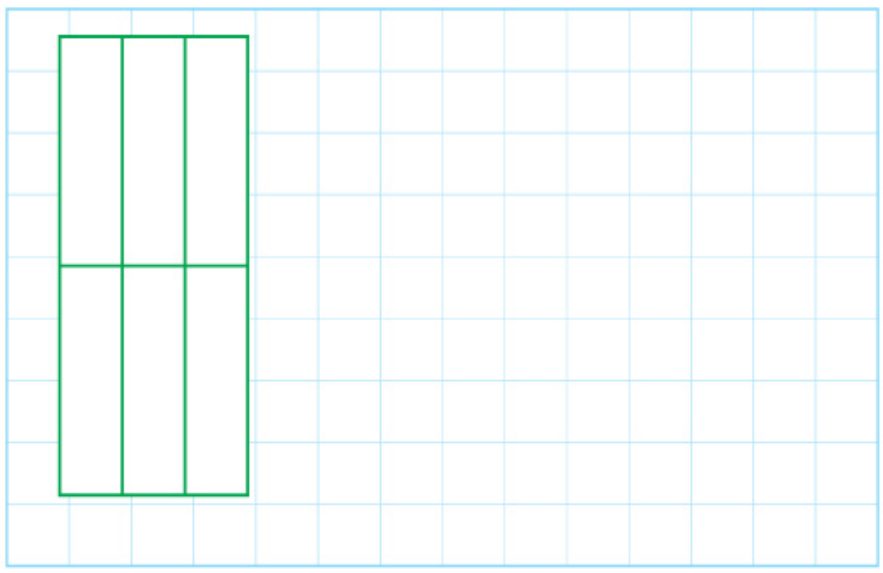
3×6 = 18 +
2×5 = 10
1×4 = 4
Total = 32

∴ Hay 32 cuadrados

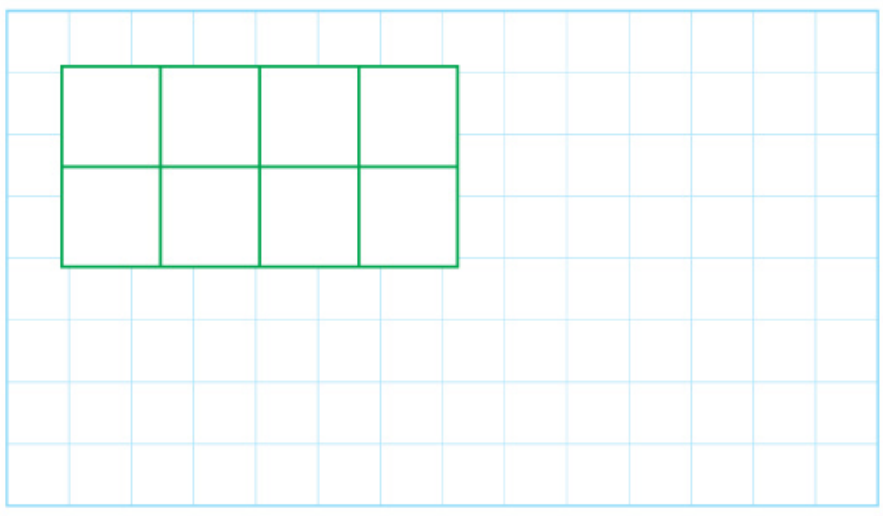
Razonamiento Matemático

Nivel básico

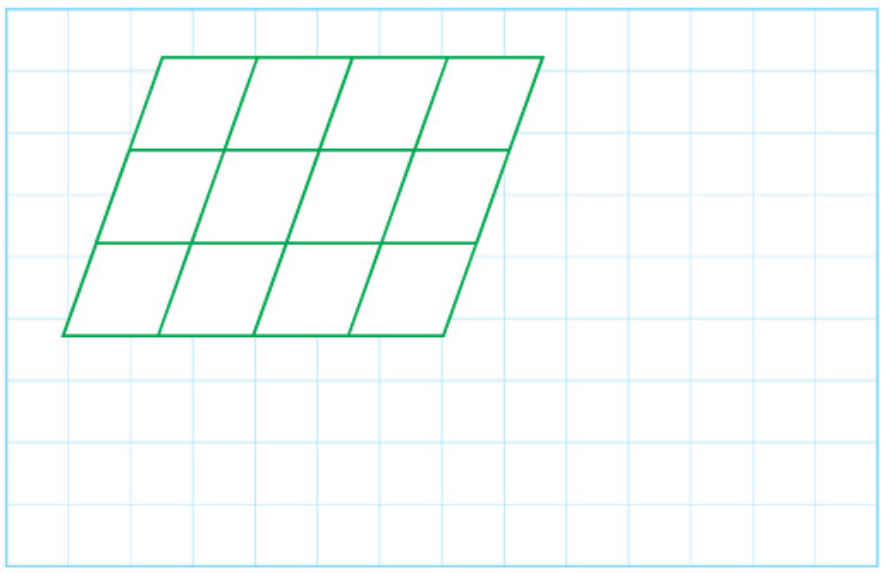
1 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?



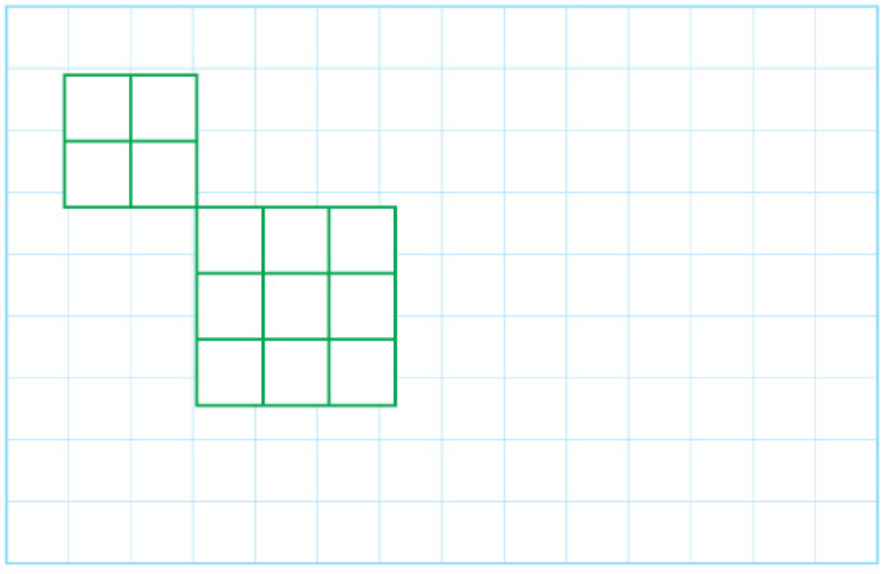
2 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?



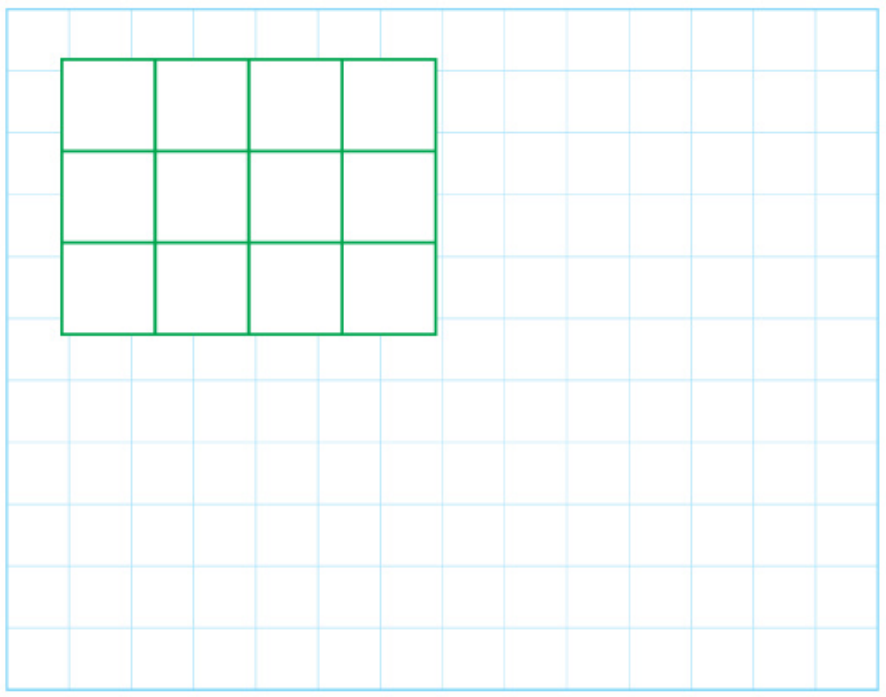
3 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?



4 **Determina** el número de cuadrados que aparecen en la figura.

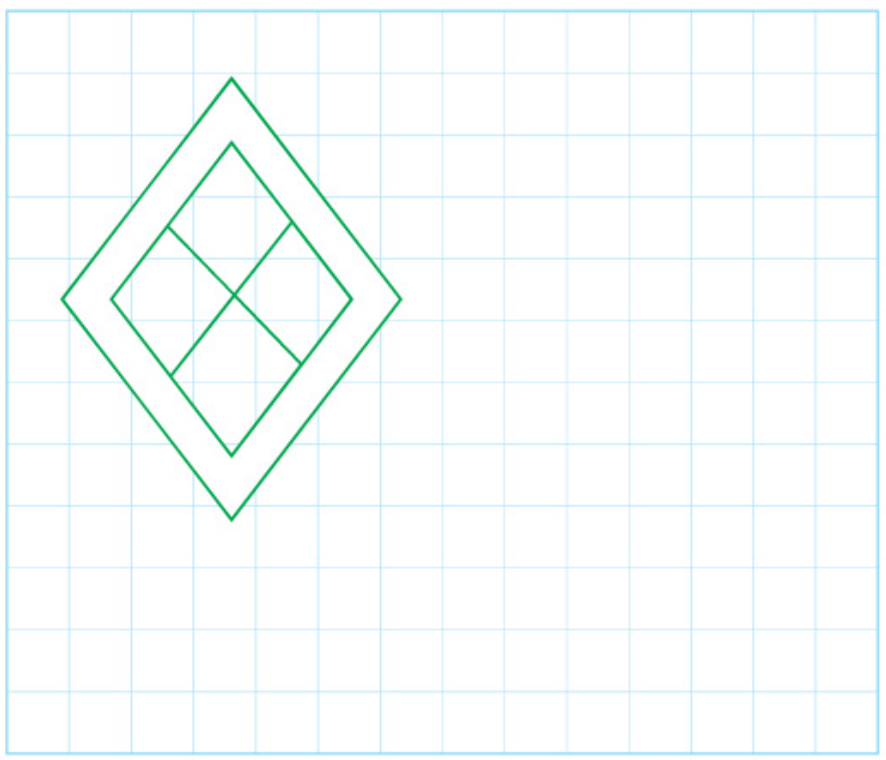


5 **Determina** el número de cuadrados que aparecen en la figura.

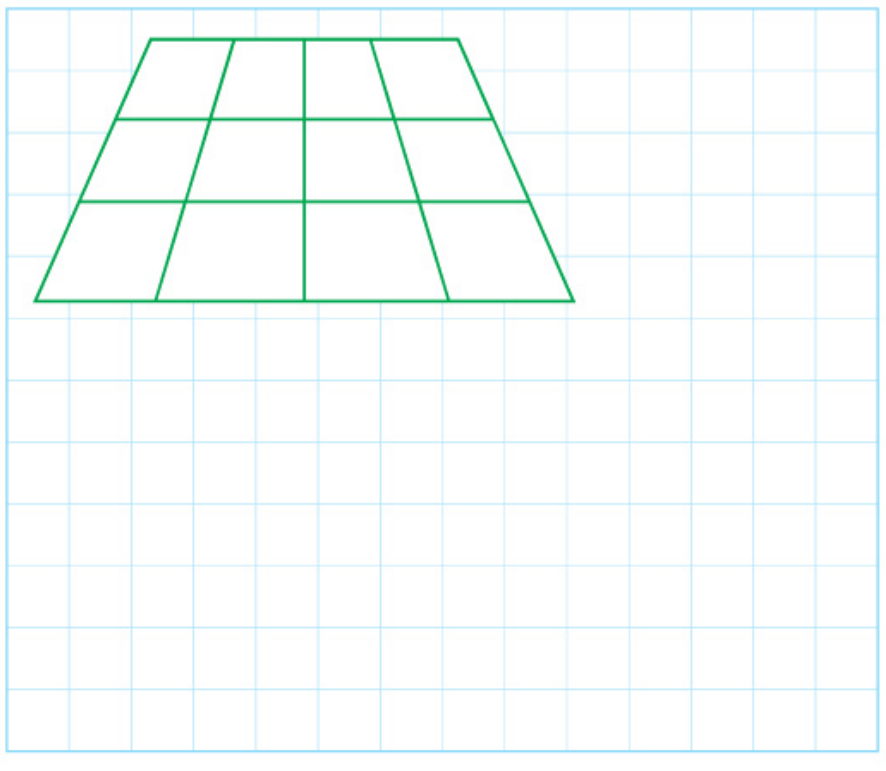


Nivel intermedio

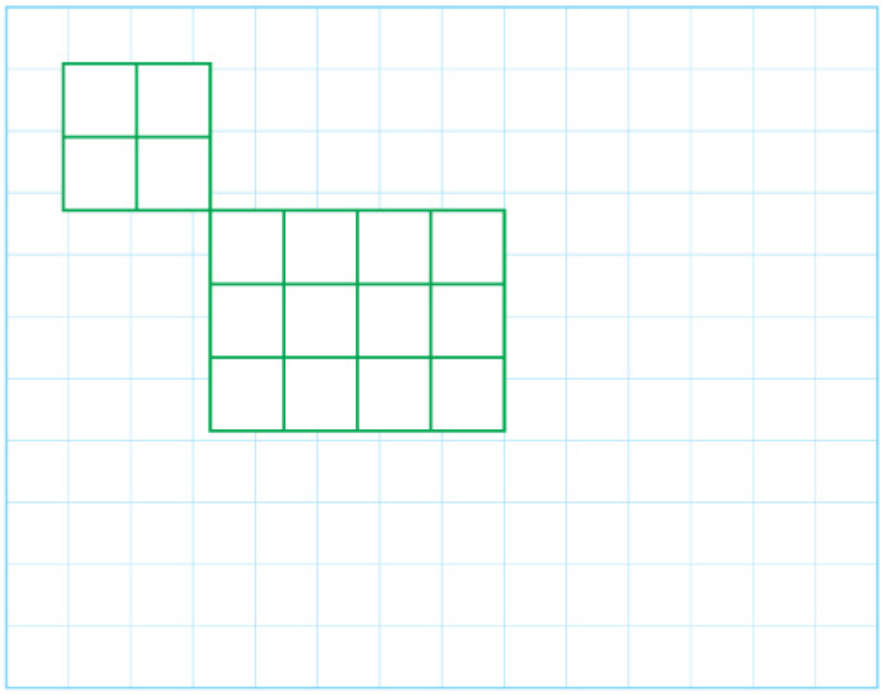
6 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?



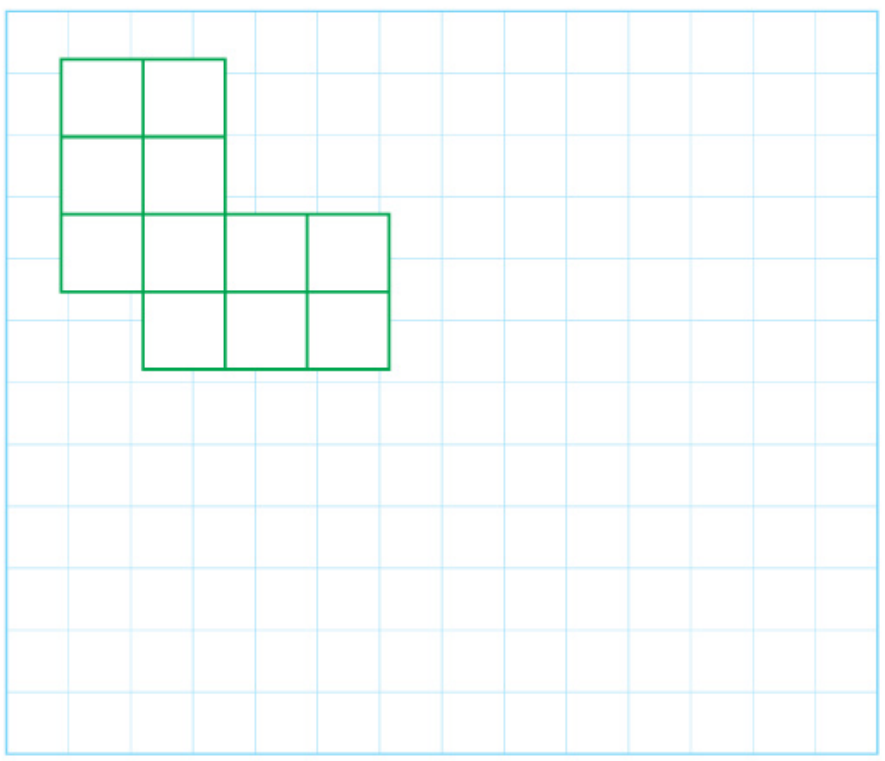
7 ¿Cuántos trapecios hay en la figura?



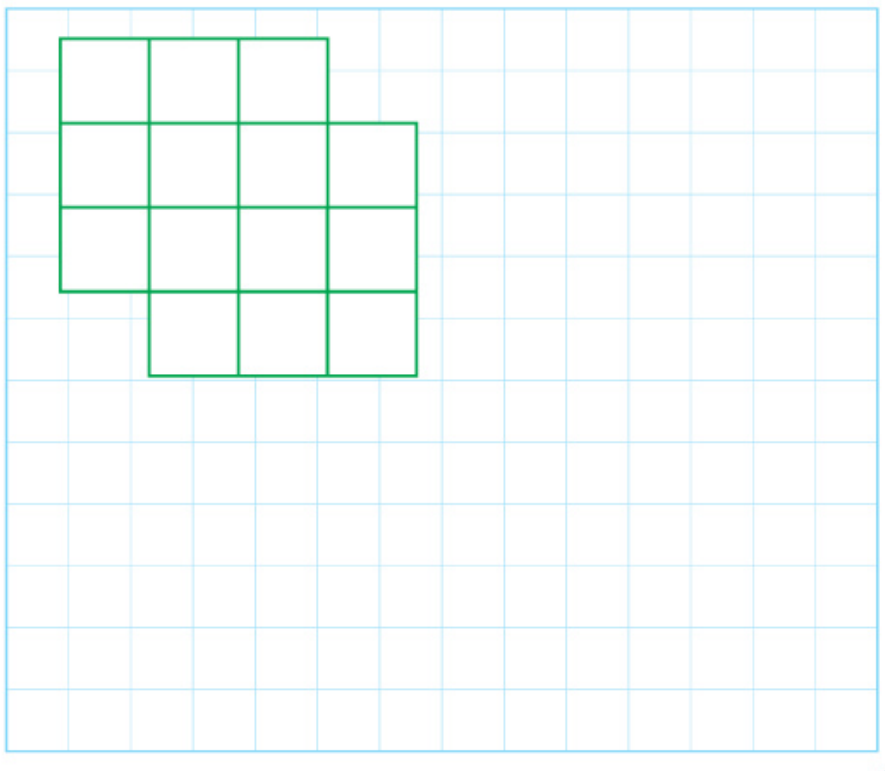
8 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?



9 **Determina** el número de cuadrados que aparecen en la figura.

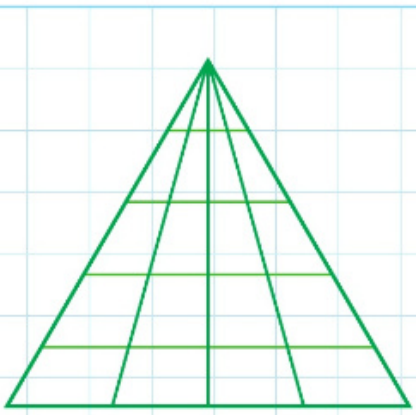


10 **Determina** el número de cuadrados que aparecen en la figura.

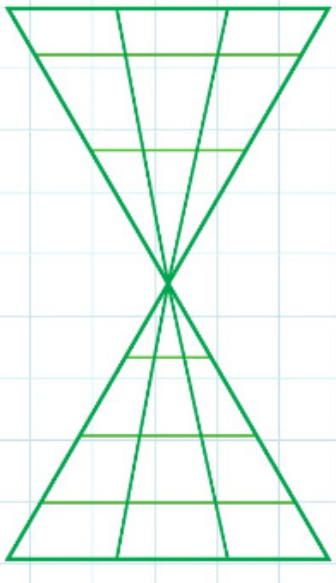


Nivel avanzado

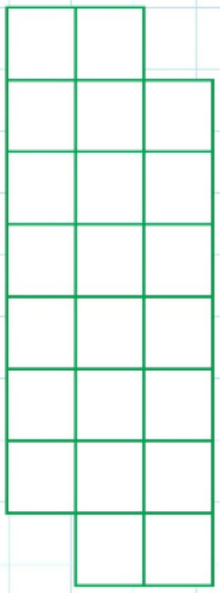
11 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?



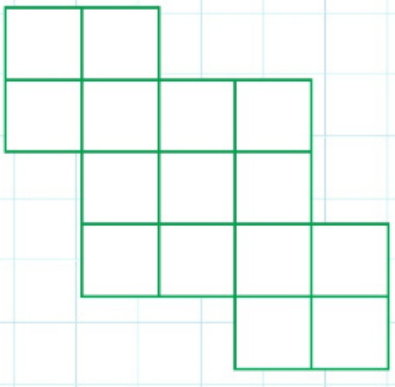
12 ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?



13 **Determina** el número de cuadrados que aparecen en la figura.



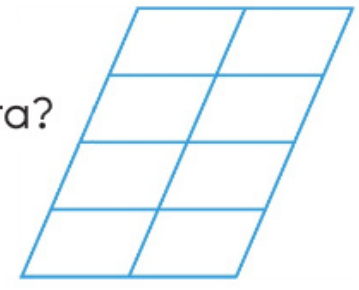
14 **Determina** el número de cuadrados que aparecen en la figura.



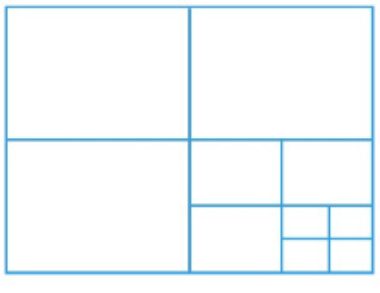
Razonamiento Matemático

Tarea

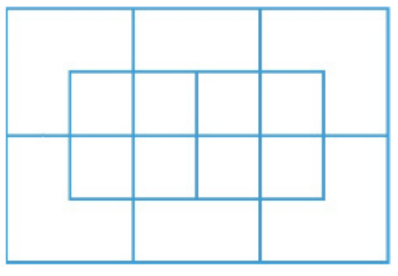
1 ¿Cuántos cuadriláteros aparecen en cada figura?



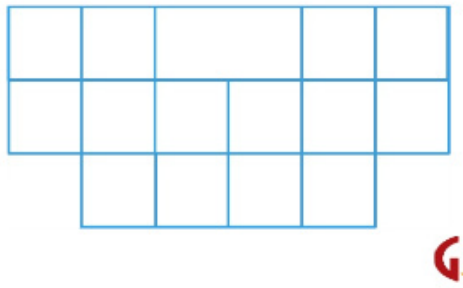
2 ¿Cuántos cuadriláteros hay?



3 **Determina** el número de cuadrados que aparecen en la figura.



4 **Determina** el número de cuadrados que aparecen en la figura.



GENIO MATIC

Adición

Conteo de cubos

En la fábrica donde trabaja Isaac, los productos se empaquetan en cajas cúbicas del mismo tamaño.

El jefe del almacén le dio 26 cajas a Isaac, encargándole que las apile ocupando el menor espacio.

VIDEO DE TEORÍA

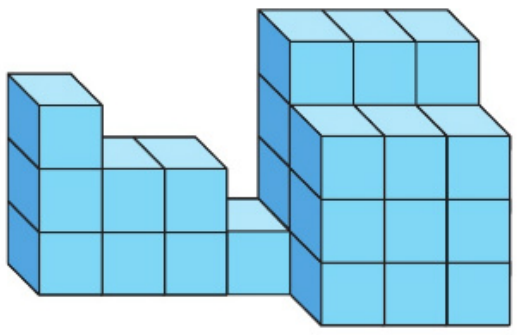
Responde:

¿Cómo las apiló cumpliendo las condiciones de la orden?

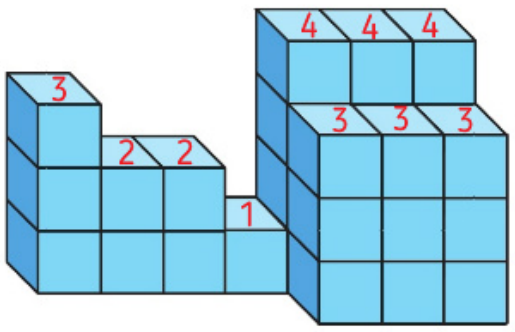
El cubo es un sólido que tiene 6 caras cuadradas, 8 vértices y doce aristas.

Ejemplo 1

¿Cuántos cubos pequeños hay en la figura?



Resolviendo:



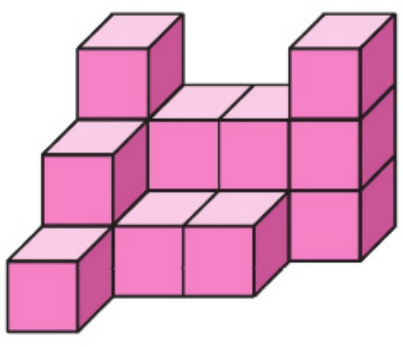
Para determinar el número de cubitos, anotamos en la cara superior el número de cubos de cada columna. Finalmente sumamos dichos números y obtenemos el total de cubos.

Observamos que las figuras tienen hasta 4 pisos, entonces los números a colocar son 1, 2, 3 y 4.

∴ N° total de cubos: 3 + 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 4 + 4 + 4 = 29

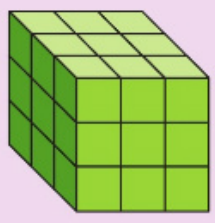
Ejemplo 2

¿Cuántos cubos pequeños hay que agregar al sólido para formar un cubo compacto?

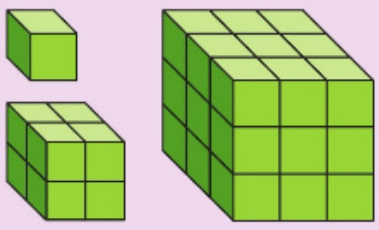


Ten en cuenta

En el sólido que mostramos:

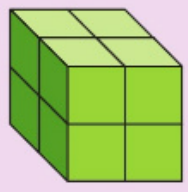


Encontramos los cubos pequeños, medianos y grandes:

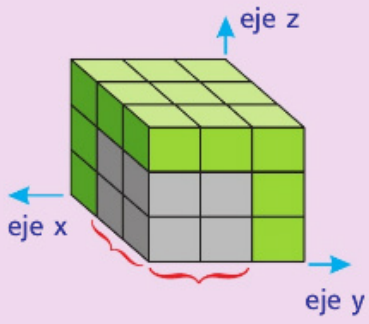


N° cubos pequeños:

3 x 3 x 3 = 27



En cada eje del cubo grande hay 2 cubos medianos.



N° de cubos medianos:

2 x 2 x 2 = 8

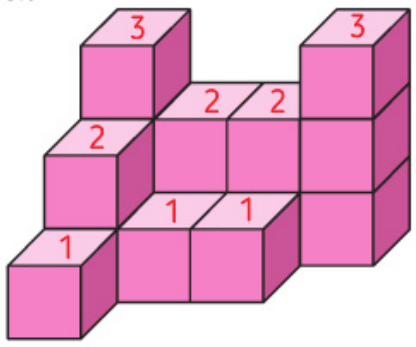
∴ Total de cubos:

27 + 8 + 1 = 36

Razonamiento Matemático

Resolviendo:

• Primero contamos los cubitos que hay en la figura:



⇒ N° total de cubos:

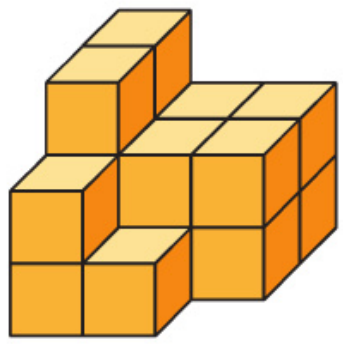
$$1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 = 15$$

• De fondo hay 4 cubos entonces para formar un cubo compacto se necesita $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubos pequeños.

∴ N° cubos que faltan es: $64 - 15 = 49$

Ejemplo 3

Si pintamos de color rojo las caras laterales y las superiores, ¿cuántos cubos aparecen con dos caras pintadas ?

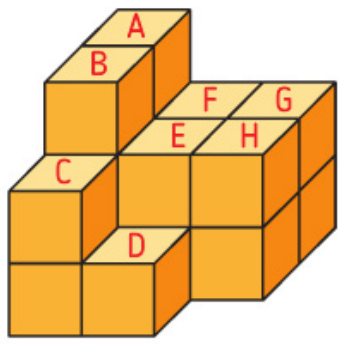


Resolviendo:

Los cubos que aparecen con dos caras pintadas son:

• Los cubos ubicados debajo de A, C, G y H:

$$2 + 1 + 1 + 1 = 5$$



• Los cubos E y F : 2

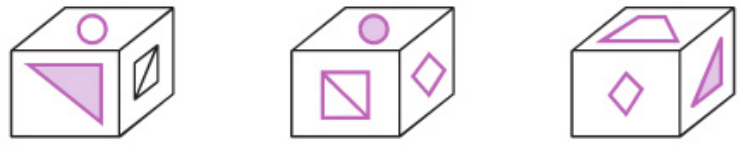
∴ N° de cubos con 2 caras pintadas: $5 + 2 = 7$

Ejemplo 4

Las tres figuras representan el mismo cubo, pero vistos desde diferentes posiciones.

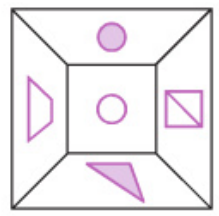
¿Cuál es la cara opuesta a ?

Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

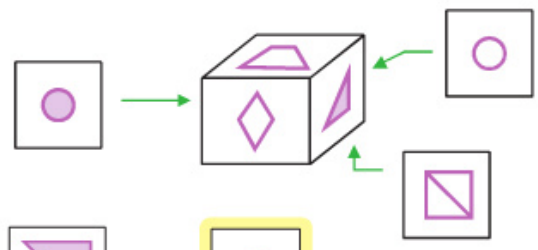


Resolviendo:

Representamos el cubo visto desde arriba:



Visto en perspectiva:

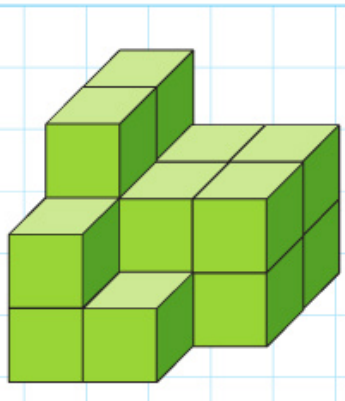


∴ El opuesto de es

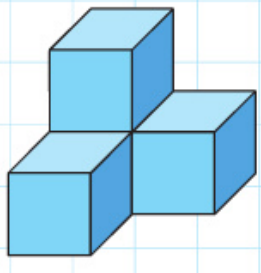
Razonamiento Matemático

Nivel básico

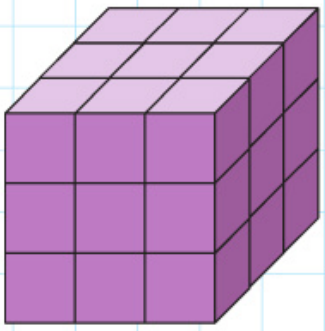
1 ¿Cuántos cubos simples conforman la figura?



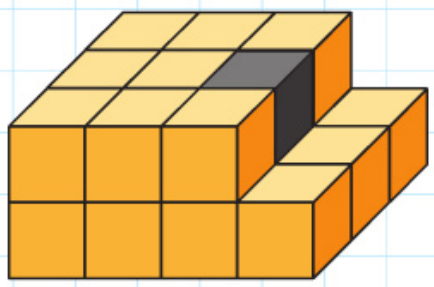
2 ¿Cuántos cubos simples como mínimo debemos agregar para formar un cubo compacto?



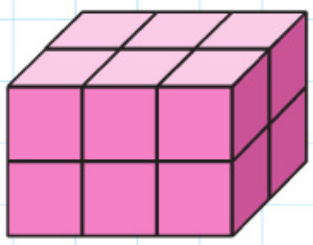
3 Si la base, las caras laterales y la cara superior del cubo se pintan de color celeste, ¿cuántos cubitos quedan con dos de sus caras pintadas?



4 ¿Cuántos cubos están en contacto con las caras del cubo negro?

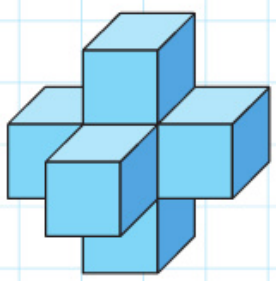


5 ¿Cuántos cubos forman la figura?

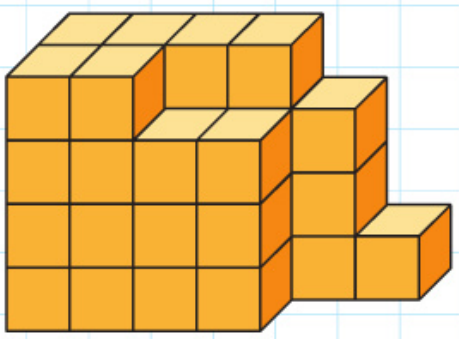


Nivel intermedio

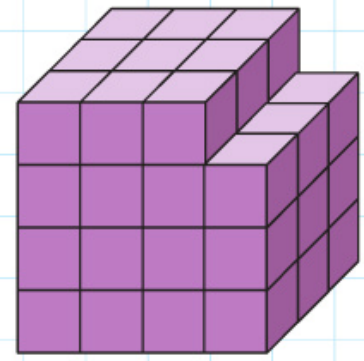
6 ¿Cuántos cubitos faltan como mínimo para formar un cubo compacto?



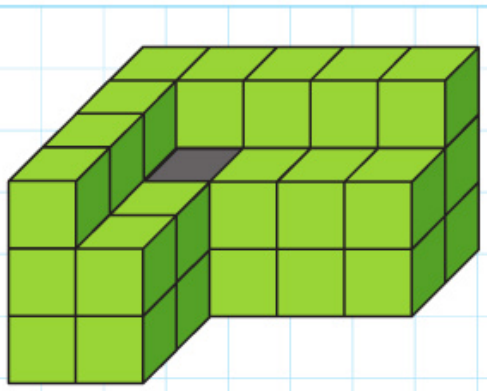
7 ¿Cuántos cubos como máximo conforman la figura?



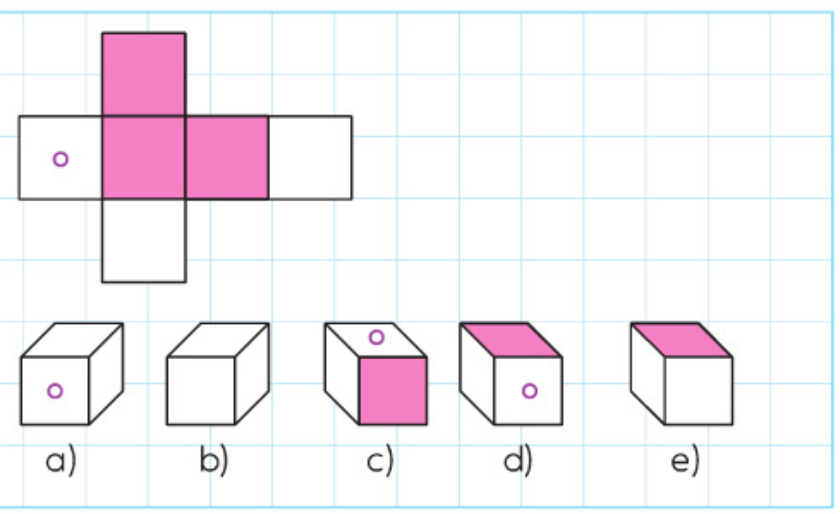
8 Si pintamos de color verde las caras laterales y la cara superior, ¿cuántos cubos quedan con dos caras pintadas?



9 ¿Cuántos cubos pequeños están en contacto con el cubo de negro?

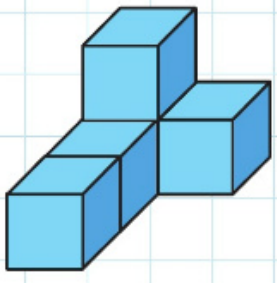


10 ¿Cuál de los sólidos no puede ser hecho con el patrón que se indica?

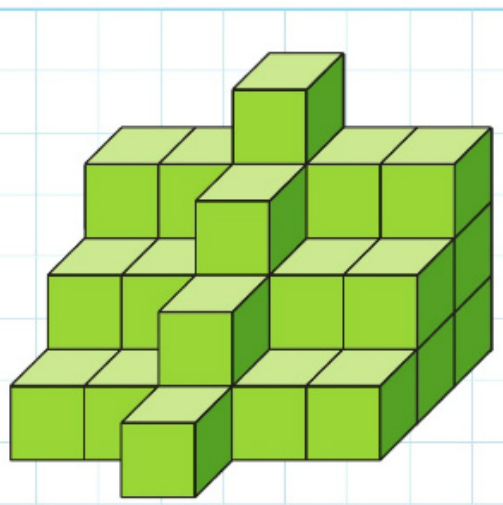


Nivel avanzado

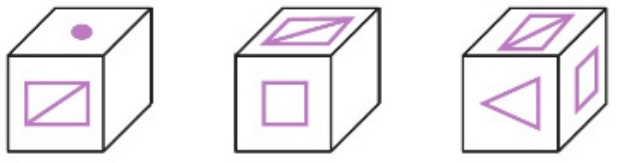
11 ¿Cuántos cubos debemos agregar para formar un cubo compacto?



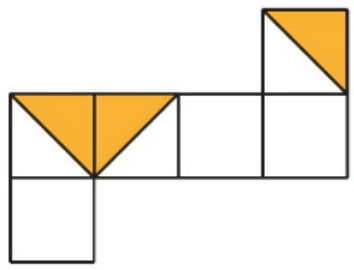
12 ¿Cuántos cubos hay?



13 Las tres imágenes corresponden al mismo cubo en distintas posiciones. ¿Cuál es la cara opuesta a ?



14 ¿Cuál de los cubos ha sido hecho con la lámina mostrada?



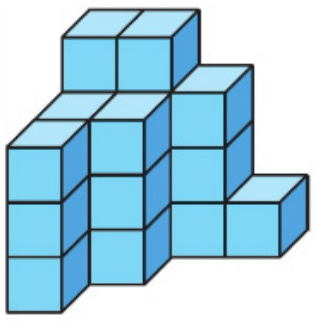
A)

B)

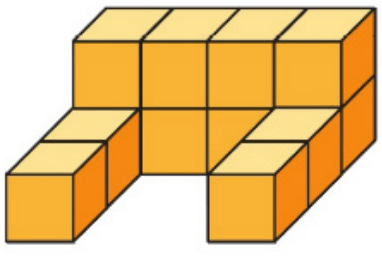
C)

Tarea

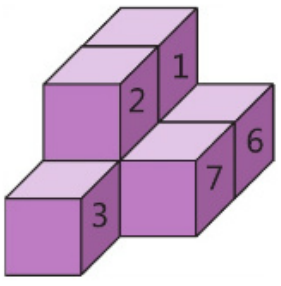
1 ¿Cuántos cubos simples forman la figura?



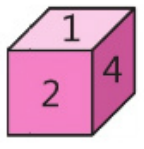
2 ¿Cuántos cubos pequeños e iguales debemos agregar a la figura para formar un cubo compacto?

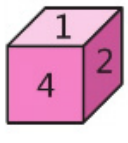


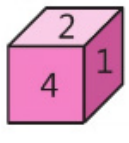
3 En la figura se tiene una sucesión de cubos. ¿Cuántas caras del cubo (4) están en contacto con los demás cubos?

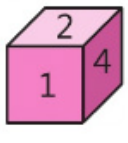


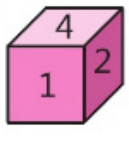
4 ¿Cuál de las alternativas corresponde a la siguiente figura?

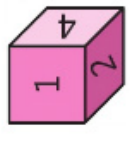


a) 

b) 

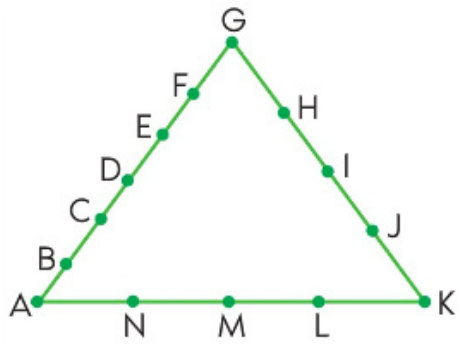
c) 

d) 

e) 

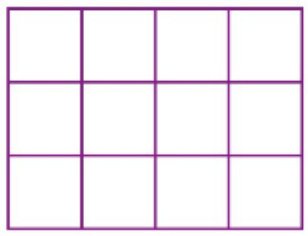
Olimpiadas nacionales e internacionales

1 ¿Cuántos segmentos contiene esta figura?



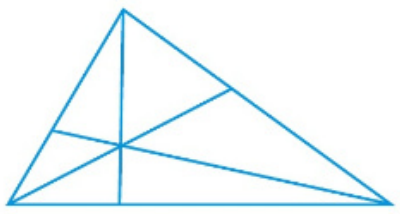
A) 39 B) 14
C) 41 D) 40

2 ¿Cuántos segmentos hay en esta figura?



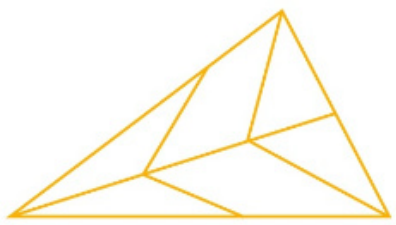
A) 12 B) 30
C) 24 D) 60

3 ¿Cuántos segmentos hay en esta figura?



A) 9 B) 18
C) 12 D) 15

4 ¿Cuántos triángulos hay en esta figura?

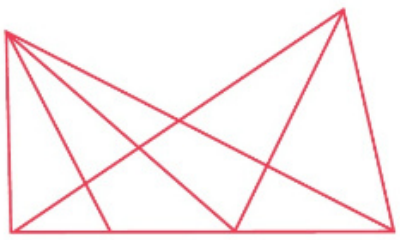


A) 10 B) 9
C) 12 D) 11

5 ¿Cuántos triángulos hay en esta figura?

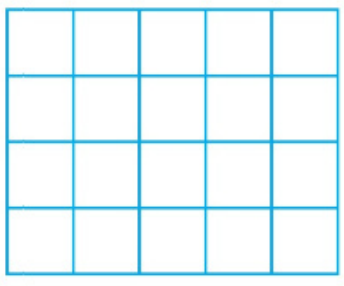
A) 15 B) 16
C) 17 D) 18

6 ¿Cuántos triángulos hay en esta figura?



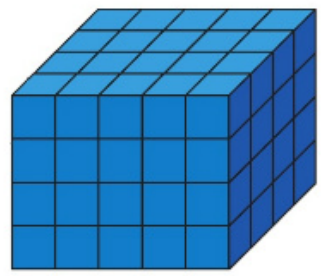
A) 21 B) 20
C) 19 D) 18

7 ¿Cuántos cuadriláteros más que cuadrados hay en la figura?



A) 120 B) 110
C) 100 D) 90

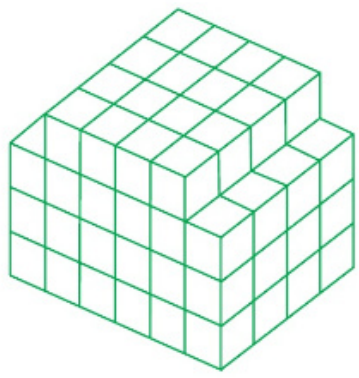
8 El sólido mostrado se ha construido utilizando cubos azules y cubos rojos del mismo tamaño. La superficie exterior del sólido es completamente azul, pero todos los cubos interiores son rojos. Determina el número de cubos rojos.



A) 10 B) 12
C) 15 D) 20

ENUNCIADO

El sólido mostrado está construido con cubitos y su parte externa está pintada de color verde.



9 ¿Cuántos cubitos no quedan pintados en ninguna de sus caras?

A) 14 B) 16 C) 18 D) 20

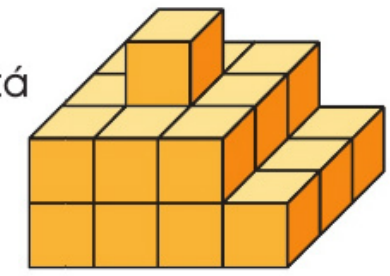
10 ¿Cuántos cubitos quedan pintados en una sola cara?

A) 32 B) 36 C) 34 D) 28

11 ¿Cuántos cubitos quedan pintados en tres caras?

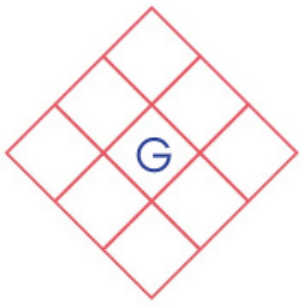
A) 10 B) 16 C) 14 D) 12

12 ¿De cuántos cubitos está hecho este sólido?



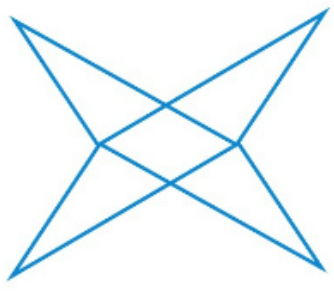
A) 20 B) 21
C) 22 D) 23

13 ¿Cuántos cuadriláteros contienen a la letra G?



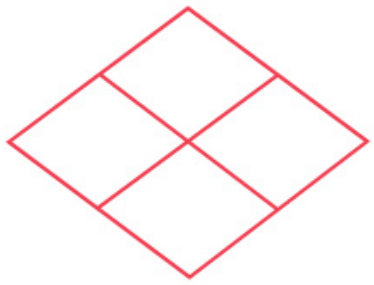
A) 36 B) 30
C) 28 D) 26

14 Cuenta el número de cuadriláteros en esta figura.

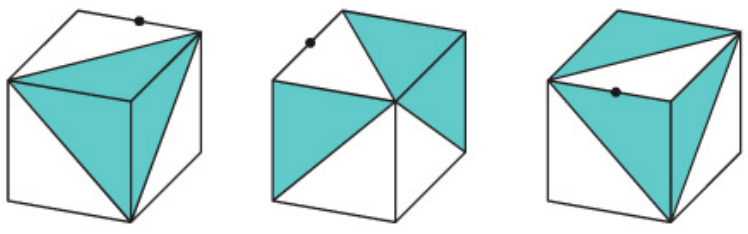


A) 7 B) 8
C) 10 D) 9

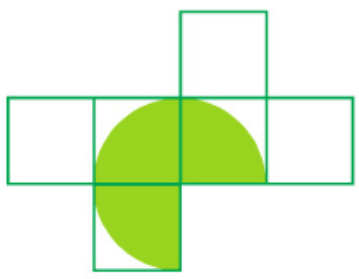
15 ¿Cuántos rombos contiene esta figura?



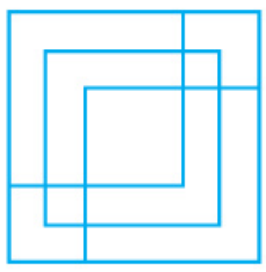
16 Se muestran tres posiciones del mismo cubo rotado horizontalmente. La base del cubo es blanco. Dibuja el desarrollo del cubo.



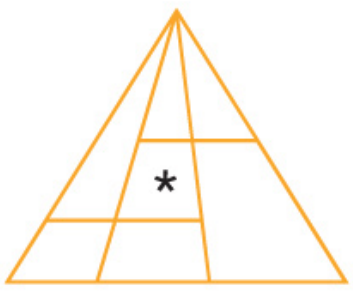
17 Dibuja el cubo cuyo desarrollo se muestra, de modo que se vean las tres caras que tienen partes coloreadas.



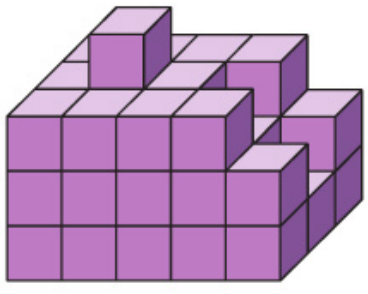
18 ¿Cuántos cuadrados contiene esta figura?



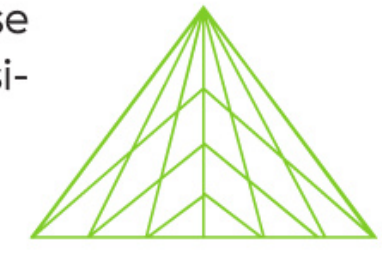
19 ¿Cuántos triángulos de la figura contienen el asterisco?



20 Cuenta el número de cubitos de esta figura.

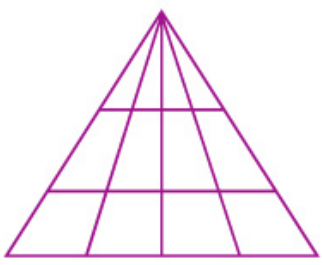


21 ¿Cuántos triángulos se cuentan en total en el siguiente gráfico?

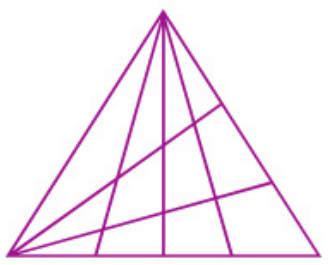


22 Del número de triángulos en:

A



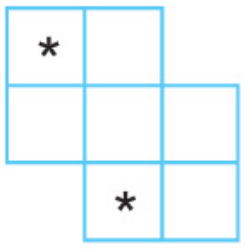
B



Se puede afirmar que:

23 ¿Cuántas semicircunferencias hay en A y cuántos cuadriláteros no contienen al asterisco "*" en la figura B?

A)



B)

24 En la siguiente sucesión, determinar el número de círculos sin pintar de la vigésima figura.

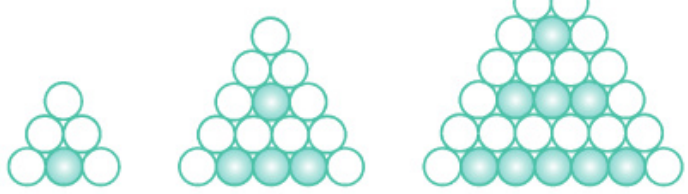
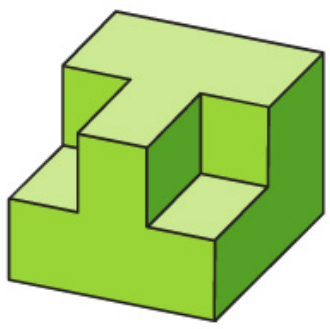


Fig 1 Fig 2 Fig 3 ...

25 Dibuja cómo se ve este sólido desde arriba.

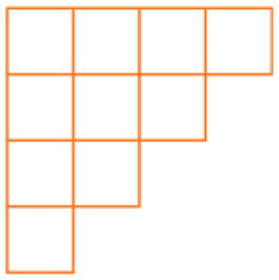


26 La gran atracción de un parque de diversiones es la rueda de la fortuna (similar al dibujo). Las cabinas de pasajeros están igualmente espaciadas y llevan los números 1; 2; 3; ... En el momento en que la cabina número 35 alcanza el puntaje más bajo, el número 10 está en lo más alto. ¿Cuántas cabinas tiene la rueda?

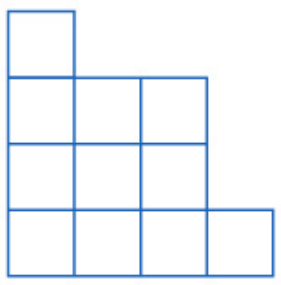
GENIO MATIC

Autoevaluación

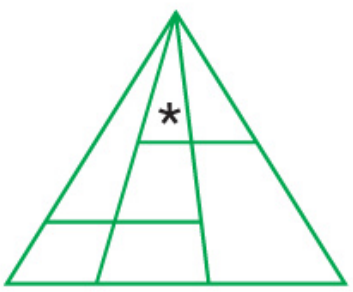
1 ¿Cuántos segmentos contiene esta figura?



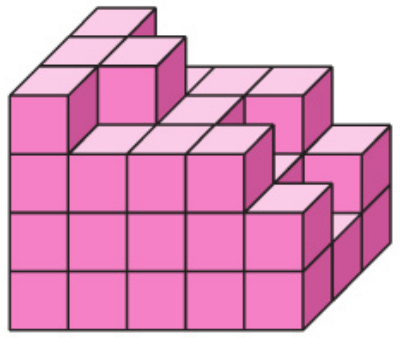
2 ¿Cuántos cuadriláteros más que cuadrados hay en esta figura?



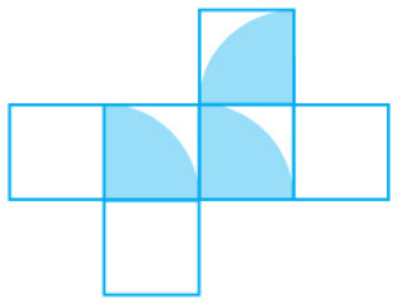
3 ¿Cuántos triángulos de la figura contienen el asterisco?



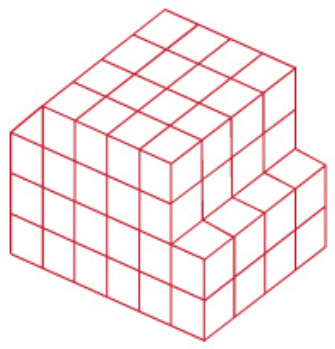
4 Cuenta el número de cubitos de esta figura.



5 Dibuja el cubo cuyo desarrollo se muestra, de modo que se vean las tres caras que tienen partes coloreadas.



6 Si este solido se pintara de rojo por la parte externa.



a) ¿Cuántos cubitos no tendrían pintura en ninguna cara?

b) ¿Cuántos cubitos quedarían pintados en una cara?

c) ¿Cuántos cubitos quedarían pintados en 2 caras?

- Mayor y menor
- Antes y después

Ordenamiento de información

En un campeonato interescolar de atletismo, los primeros lugares fueron ocupados por Noa, Luis, Eric, Job y Fidel, representando a sus colegios. Los compañeros de los ganadores hicieron sus comentarios en las redes.

1. Luis no ganó ni quedó último.
2. Eric le ganó a Job y Luis pero no a Noa.
3. Fidel quedó en tercer lugar.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿En qué orden llegaron los cinco primeros ganadores?

1° ☐ 2° ☐ 3° ☐ 4° ☐ 5° ☐

Razonamiento Matemático

En muchas situaciones se necesita ordenar sucesos en el tiempo o ubicaciones en el espacio, en base a informaciones apropiadas.

En este capítulo vamos a elaborar diversas estrategias para usar adecuadamente las informaciones y lograr el objetivo de ordenar.

Resolviendo: (Problema introductorio)

- Debemos usar un esquema de acuerdo al tipo de ordenamiento que queremos. En este caso vamos a ordenar en forma lineal.

1°	2°	3°	4°	5°

- Para referirnos a las personas usaremos sus iniciales: Eric = **E** Luis = **L** Fidel = **F** Job = **J** Noa = **N**

- Las informaciones no siempre las usaremos en el orden en que nos proporcionen.

Información 3: Fidel quedó en tercer lugar.

1°	2°	3°	4°	5°
		F		

Información 2: Eric le ganó a Job y Luis pero no a Noa.

1°	2°	3°	4°	5°
N	E	F	J, L	J, L

Información 1: Luis no ganó ni quedó último.

1°	2°	3°	4°	5°
N	E	F	L	J

Ejemplo 1

Hace una semana, durante el recreo, 5 amigas se sentaron juntas en fila. Hoy querían sentarse en el mismo orden, para lo cual trataron de recordar:

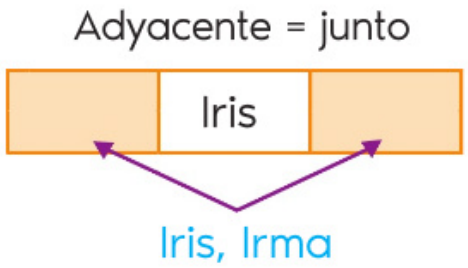
Isis: *Carla no quiso sentarse a mi lado y se sentó a la derecha de Ana y junto a Irma.*

Ana: *Yo estaba adyacente a Iris e Irma.*

Reconstruye el orden en que se sentaron.

Resolviendo:

- **Ana:** *Yo estaba adyacente a Iris e Irma.*



- **Isis:** *Carla no quiso sentarse a mi lado y se sentó a la derecha de Ana y junto a Irma.*

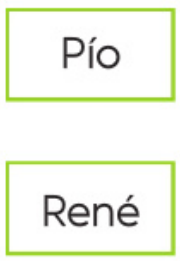
Ordenamiento lineal en forma vertical

Ejemplo 2

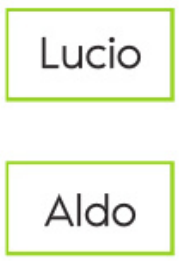
Hugo dice: "En mi salón, Pío es más alto que René y Aldo es menos alto que Lucio. Cuando nos ponemos en fila por orden de talla, del más alto al más bajo, yo estoy detrás de Lucio y delante de René". ¿Quién es el más bajo?

Resolviendo:

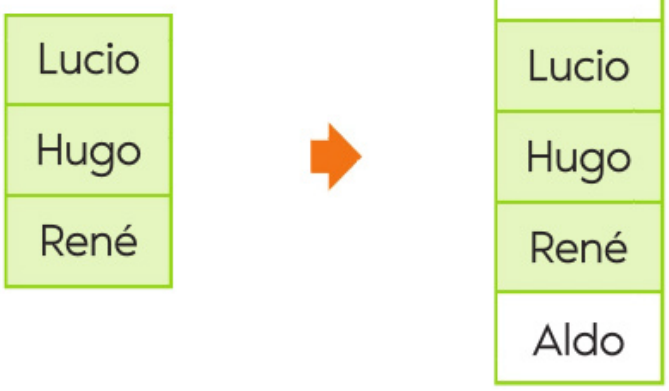
- Pío más alto que René



- Aldo es menos alto que Lucio



- Hugo detrás de Lucio y delante de René



Ordenamiento circular

Ejemplo 3

Para hacer la tarea de matemáticas se reunieron Ada, Belén, Celia, Dora, Flora y Gema. Ellas se sentaron en una mesa circular en asientos simétricamente distribuidos.

La profesora, para asegurarse de que la tarea la habían hecho las seis, les preguntó por separado sobre el orden en que se sentaron. Las respuestas fueron las siguientes:

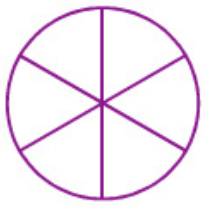
Ada: *Me senté frente a Celia y a la derecha de Gema.*

Belén: *Gema no quiso sentarse a mi lado, por eso me senté junto a Celia y frente a Dora.*

Con los datos proporcionados, la profesora se convenció de que no mentían. ¿En qué orden se sentaron?

Resolviendo:

• Usamos un esquema apropiado



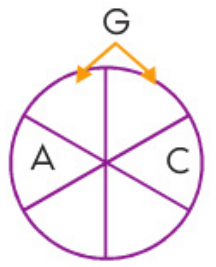
• Para referirnos a las personas usamos su inicial:

Ada = A Celia = C Dora = D

Belén = B Gema = G Flora = F

Información 1: • Ada: *Me senté frente a Celia y a la derecha de Gema.*

Para Ada elegimos un asiento cualquiera.



• Belén no puede estar a la derecha de Celia porque estaría junto a Gema, entonces está junto y a la izquierda.

• Dora queda frente a Belén y Gema junto y a la derecha de Celia.

• Para Flora queda un solo espacio, entre Ada y Belén.

Información 2: Belén: *Gema no quiso sentarse a mi lado, por eso me senté junto a Celia y frente a Dora.*

Razonamiento Matemático

Nivel básico

1 En cada uno de los cuatro pisos de un edificio vive una familia. La familia Castro vive adyacente a la familia Solís y a la familia Tello; la familia Farfán vive más abajo que los Castro. La familia Solís no vive en el segundo piso. ¿Qué familia vive en el cuarto piso?

2 La figura representa la ubicación de 6 amigos sentados alrededor de una mesa circular. Responde:

• B está sentado frente a: ____

• F está sentado junto y a la izquierda de: ____

• A la derecha de C están: ____

3 En cada uno de los cinco pisos de un edificio, vive una familia.

• Los Pérez siempre usan el ascensor.

• Los López viven adyacentes a los Quiroz y los Martínez.

¿En qué piso viven los Flores?

4 Mientras hacen la tarea de matemáticas, seis amigas se sentaron alrededor de una mesa circular con asientos simétricamente distribuidos.

• Ada se sentó junto y a la derecha de Delia.

• Betty se sentó junto a Elisa y frente a Delia.

• Fela está entre Ada y Betty.

¿Quién se sentó frente a Celia?

GENIOMATIC

5 Alma tiene 10 años. Andrea es mayor que Érika por 2 años y Alma le lleva por un año a Érika. ¿Cuál es la diferencia de edades de Alma y Andrea?

Nivel intermedio

6 Arturo tiene 4 perritos que pesan 3; 4; 5 y 6 kilogramos. Boby es el menor pero pesa más que Tarzán. Robin pesa 1 kilo más que Motta. Si Boby no es el de mayor peso, ¿cuánto suman los pesos de Tarzán y Motta?

7 En una carrera participaron Maritza, Rocío, Kelly y Verónica. Del orden en que llegaron se conoce:

- Ni las trampas que hizo ayudaron a ganar a Maritza.
- Verónica y Kelly llegaron una detrás de la otra en orden alfabético.

¿Quién ganó la carrera?

8 Seis amigos se reunieron para almorzar y eligieron una mesa circular con asientos simétricamente distribuidos. Aldo se sentó junto y a la derecha de Benito y frente a Carlos. Diego no se sentó junto a Benito y Enio no se sentó junto a Carlos. ¿Entre quiénes se sentó Federico?

9 Sobre los jugadores de un equipo de fulbito, las compañeras de la barra hacen los siguientes comentarios:

- Dante tiene 8 años y es 2 años mayor que Celso.
- Eloy tiene 3 años menos que Manuel y es un año mayor que Celso.
- Samuel es un año menor que Néstor y 3 años mayor que Dante.

¿Cuál es la edad de cada uno?

10 Cinco familias viven en cinco casas contiguas. De ellas se sabe:

- Los Navarro viven a la izquierda de los Pozo.
- La casa de los Pozo queda junto y a la derecha de la casa de los Caqui.
- La casa de los Falcón está a la derecha de las demás.
- Los Caqui viven a la izquierda de los Gonsález.

¿Qué familia vive entre los Navarro y los Pozo?

Nivel avanzado

11 En un examen de Razonamiento Matemático se obtiene la siguiente información: Tania obtuvo 5 puntos más que Flora, quien a su vez obtuvo 3 puntos menos que Claudio. Pamela sacó 6 puntos más que Eddy, éste sacó 7 puntos menos que Tania y Ana 2 puntos más que Pamela. Si Claudio obtuvo 21 puntos, ¿qué puntaje obtuvieron los demás?

12 De seis alumnos de un salón se sabe que:

- Katty es la mayor.
- Pamela es menor que Telma.
- Horacio es mayor que Sergio y Telma.
- Gildder es mayor que Horacio.
- Sergio es menor que Telma.

Si Pamela no es la menor de todos, ¿quién es el menor?

13 Cinco autos numerados del 1 al 5 participan en una carrera donde no hubo empate. Se sabe que:

- El auto 1 llegó en tercer lugar.
- Ni el auto 3 ni el auto 4 ocuparon los dos primeros puestos.
- La numeración del auto no coincidió con su orden de llegada.

¿Qué auto ganó la carrera?

14 Ocho amigos se sientan alrededor de una mesa circular con 8 asientos simétricamente distribuidos. De ellos se sabe:

- Fabio no se sienta frente a Dante.
- Dante no se sienta junto a Betty ni a su izquierda
- Ariana se sienta a la derecha de Betty y a la izquierda de Elena.
- César no se sienta junto a Elena ni Gloria.
- Amigos del mismo sexo no se sientan juntos.

¿Entre quiénes está sentado Héctor?

Tarea

1 Cuatro familias viven en casas contiguas. Los Santos y los Carrillo viven en los extremos. Los Vallejo viven junto y a la izquierda de los Santos. ¿Entre qué familias viven los Salazar?

2 Cinco personas A, B, C, D y E se sientan en una banca. Se sabe que:

- A se sienta junto y a la derecha de C y adyacente a D.
- B se sienta a la izquierda de C y E se sienta a la derecha de D.

¿Quién se sienta al centro?

3 Abel, Ciro, Marina y Telma están sentados alrededor de una mesa cuadrada, uno por lado. Si Ciro está a la derecha de Telma y Marina no está junto a Ciro, ¿quién está frente a Abel?

4 En un castillo de cuatro pisos se sabe que viven cuatro familias, una familia por piso, y se sabe que la familia Picapiedra vive un piso más arriba que la familia Supersónico; la familia Mármol habita más arriba que la familia Neutrón y los Picapiedra viven más abajo que los Neutrón. ¿En qué piso vivven los Picapiedra?

Regla de conjunta

Multiplicación miembro a miembro de igualdades

Antes de la invención del dinero, el intercambio comercial se hacía mediante el trueque, que consiste en el intercambio de productos del mismo valor.

En un pueblo donde aún se practica el trueque, Adela recibió 4 gallinas por su corderito y 2 de las gallinas las cambió por 5 pescados.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuántos pescados le hubieran dado a Adela por su corderito?

Dos cosas distintas pueden tener atributos iguales, en cuyo caso se dice que son equivalentes. Por ejemplo, 3 naranjas pueden costar tanto como 5 peras, entonces decimos que 2 manzanas equivalen a 3 peras, en precio, y podemos escribir así:

3 naranjas = 5 peras

En este capítulo vamos a resolver diversos problemas de equivalencia mediante una estrategia llamada **Regla de Conjunta.**

Resolviendo: (Problema introductorio)

1 Cordero = 4 Gallinas (1)

2 Gallinas = 5 Pesados (2)

(1)×(2) miembro a miembro:

$$1\,C \times 2\,\cancel{G} = 4\,\cancel{G} \times 5\,P$$

$$\cancel{2}^{1}\,C = \cancel{20}^{10}\,P$$

$$1\,C = 10\,P$$

∴ Por un cordero le hubiesen dado 10 pescados.

Ten en cuenta

- Dos o más igualdades se pueden multiplicar miembro a miembro:

$$\begin{aligned} A &= B \\ C &= D \\ E &= F \\ \hline ACE &= BDF \end{aligned}$$

- Si el mismo factor figura en ambos miembros de una igualdad, se lo puede simplificar:

$$AXYZ = BYZX$$
$$A = B$$

- La regla de conjunta consiste en establecer sucesivas igualdades sin que se repita una variable en el mismo miembro. Luego, para hallar la incógnita, se multiplican miembro a miembro las igualdades.

Ejemplo 1

En una bodega, 2 tarros de leche cuestan igual que 3 kg de azúcar y 5 kg de azúcar tanto como 4 kg de arroz. Si el kilo de arroz cuesta 2,5 soles, ¿cuánto cuesta el tarro de leche?

Resolviendo:

$$\begin{aligned} 2 \text{ tarros de leche} &= 3 \text{ kg de azúcar} \\ 5 \text{ kg de azúcar} &= 4 \text{ kg de arroz} \\ 1 \text{ kg de arroz} &= 2{,}5 \text{ soles} \\ x \text{ soles} &= 1 \text{ tarro de leche} \end{aligned}$$

$$2 \cdot 5 \cdot 1 \cdot x = 3 \cdot 4 \cdot 2{,}5 \cdot 1$$

$$10x = 30 \Rightarrow x = 3$$

1 tarro de leche cuesta S/. 3

Ejemplo 2

En un pueblo donde aún se practica el trueque, se puede cambiar 8 carneros por 2 toros, 1 toro se puede adquirir con 60 gallinas y 5 gallinas se puede intercambiar por 4 patos. ¿Con cuánto patos se puede adquirir un carnero?

Resolviendo:

$$\begin{aligned} 8 \text{ carneros} &= 2 \text{ toros} \\ 1 \text{ toro} &= 60 \text{ gallinas} \\ 5 \text{ gallinas} &= 4 \text{ patos} \\ x \text{ patos} &= 1 \text{ carnero} \end{aligned}$$

$$8 \cdot 1 \cdot 5 \cdot x = 2 \cdot 60 \cdot 4 \cdot 1$$

$$\overset{1}{\cancel{40}}x = \overset{12}{\cancel{480}} \Rightarrow x = 12$$

1 carnero se puede cambiar con 12 patos

Nivel básico

1 En la compra de mis útiles escolares, a mi papá le cobraron por 15 cuadernos lo mismo que por 6 libros y por 4 cuadernos lo mismo que por una docena de lápices. Si una decena de lápices cuesta 8 soles, ¿cuánto cuesta un libro?

2 Para ir del colegio a mi casa, un taxi me cobra 4 pasajes de bus. Por 2 viajes en colectivo pago 3 pasajes de bus. Si 4 viajes en colectivo cuestan 9 soles, ¿cuánto me cobra el taxi para llevarme a mi casa?

3 Con 3 destornilladores se obtiene un alicate y con 3 alicates un martillo. ¿Cuántos martillos se obtendrán con 117 destornilladores?

4 Por un melón me dan 4 naranjas y por dos naranjas sólo recibo 3 chirimoyas. ¿Cuántos melones debo dar para recibir 24 chirimoyas?

5 Sabiendo que 4 kg de café cuestan lo mismo que 6 kg de azúcar, que 8 vasos valen lo que cuestan 10 kg de azúcar, que 6 textos valen S/. 60 y que 16 vasos valen lo mismo que 8 textos, ¿cuánto costarán 12 kg de café?

Nivel intermedio

6 Cuatro libros de matemática equivalen a 10 cuadernos y 14 cuadernos equivalen a 4 libros de lenguaje. ¿Cuántos libros de matemática equivalen a 20 libros de lenguaje?

7 ¿Cuántas pelotas se obtienen con 6 motos, si con 49 patines se obtienen 5 bicicletas, con 7 patines obtenemos 16 pelotas y con dos motos obtenemos 15 bicicletas?

8 En una tienda, 3 camisas cuestan igual que 2 pantalones y 6 pantalones igual que 4 sacos. Si por 90 soles me dan un saco, ¿cuánto cuestan 5 camisas?

9 Si 14 cuadernos cuestan lo mismo que 6 libros, 8 libros cuestan lo mismo que 5 maletines, 3 maletines cuestan S/. 35, ¿cuánto tengo que gastar para adquirir 16 cuadernos?

10 El trabajo de cuántos hombres equivale al trabajo de 8 niños, si el trabajo de 4 niños equivale a la de 3 niñas, el de una mujer al de 2 niñas y el de tres mujeres al de un hombre.

Nivel avanzado

11 En el mercado, 4 naranjas cuestan lo mismo que 15 plátanos, 10 plátanos lo mismo que 3 manzanas, 12 manzanas lo mismo que una papaya. ¿Cuántas naranjas cuestan lo mismo que 3 papayas?

12 En una feria agropecuaria, por cada 8 melones dan 5 plátanos, por cada 10 plátanos dan 3 papayas, por 4 papayas dan 1 docena de manzanas. Si 5 manzanas cuestan S/. 16, ¿cuánto pagaré por 12 melones?

13 Una lavandería cobra lo mismo por lavar 3 frazadas ó 6 colchas, 4 colchas ó 6 sábanas. Si por 7 sábanas cobra S/. 91, ¿cuánto cobra por lavar una frazada?

14 Nueve lapiceros cuestan lo mismo que 2 cuadernos, 3 cuadernos cuestan tanto como 5 borradores y 2 borradores tanto como 3 tajadores. ¿Cuántos tajadores costarán lo mismo que 9 lapiceros?

Tarea

1 Se pesan 3 ladrillos y se observa que pesan igual que 8 mayólicas. Si cada mayólica pesa 900 gramos, ¿cuánto pesa un ladrillo?

2 En una feria agropecuaria, el precio de 3 carneros equivale al precio de 8 conejos. El precio de 5 conejos equivale al precio de 15 patos. Si 6 patos cuestan S/. 120, ¿cuánto cuestan 7 carneros?

3 En una feria, venden 6 manzanas al mismo precio que 10 plátanos y 4 plátanos cuestan 3 soles. ¿Cuánto cuestan 12 manzanas?

4 Alonso, Carlín y Fiorella fueron al mercado de frutas. Con el dinero que tiene, Alonso podía comprar 7 naranjas u 8 manzanas, Carlín podía comprar con el suyo 4 mandarinas o 7 plátanos y Fiorella, 2 manzanas o 3 mandarinas. Si 8 naranjas cuestan 3 soles, ¿cuánto cuestan 2 plátanos?

Método de las operaciones inversas

Cuatro operaciones básicas, potenciación y radicación

En la fiesta por los 50 años de don Felipe, a las 10 de la noche ya estaban en el local algunos familiares e invitados, en la siguiente hora se duplicó la gente, luego llegaron 38 personas más. Pasada la 1 a.m. se retiró la mitad de los presentes y horas más tarde, 24 más, quedando en la fiesta 23 personas.

VIDEO DE TEORÍA

1. ¿Cuántas personas había a las 10 p.m.? _____

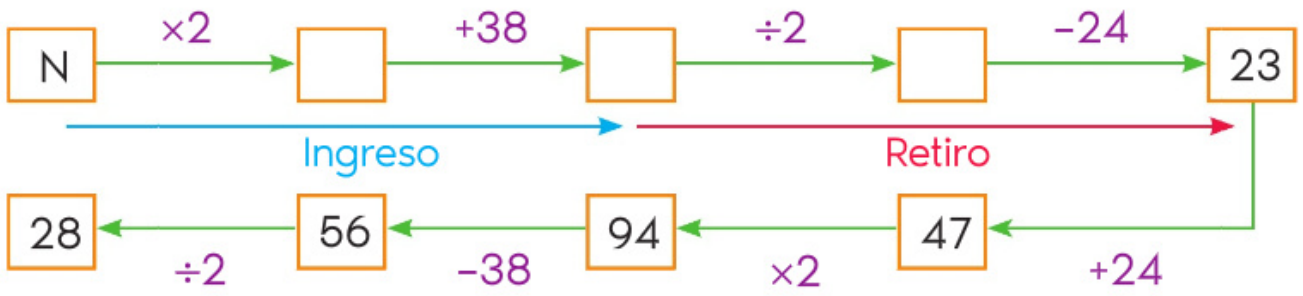
2. ¿Cuántas personas asistieron a la fiesta? _____

La Regla de las operaciones inversas, se denomina también **Método del cangrejo.**

Es una estrategia que se aplica para situaciones en las que con un número se realizaron diversas operaciones cuyo resultado se conoce. La estrategia consiste en realizar, partiendo de dicho resultado, las operaciones en orden inverso a las realizadas para finalmente encontrar el número inicial.

Resolviendo: (Problema introductorio)

Vamos a designar con N el número de personas al principio:



Había 28 al inicio

Asistieron 94 personas

Ejemplo 1

Para que Piero y su hermana Pilar se vayan al cine, su papá les da a cada uno tantos soles como tienen. Piero gasta 15 soles y le queda 11. Pilar gasta 12 soles y le queda 16. ¿Cuánto tenía cada uno al principio?

Resolviendo:

Cuando el padre le da al hijo tanto como tiene, duplica el dinero del hijo.

∴ Piero tenía 13 soles y Pilar, 14 soles.

Ten en cuenta

¿QUÉ ES UNA OPERACIÓN INVERSA?

La adición tiene su operación inversa, la sustracción.

La operación inversa de la multiplicación es la división y la de la potenciación, la radicación.

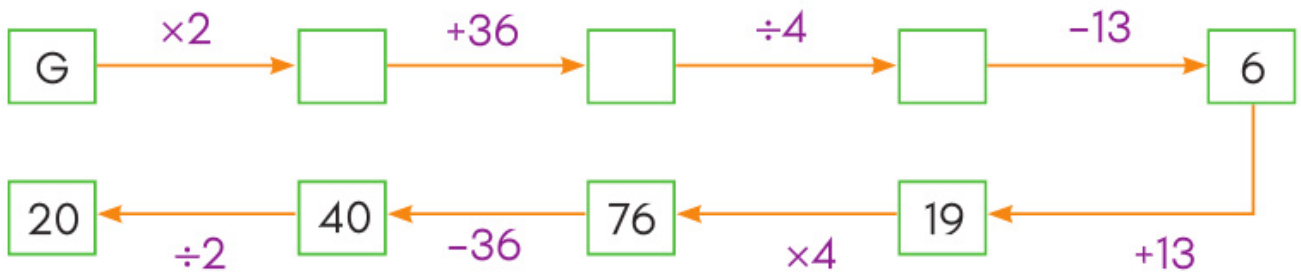
Operación Directa	Operación Inversa
Adición (+)	Sustracción (−)
Multiplicación (×)	División (÷)
Potenciación	Radicación
Elevar al cuadrado	Sacar raíz cuadrada
Elevar al cubo	Sacar raíz cúbica

Ejemplo 2

A Perla le preguntaron por su edad y ella respondió: Si duplican mi edad, luego le suman 36, al resultado lo dividen entre 4 y finalmente le restan 13, obtendrán 6. ¿Qué edad tiene Perla?

Resolviendo:

Sea G la edad de Perla:



∴ Perla tiene 20 años

Nivel básico

1 Si a cierto número lo multiplicamos por 9, al resultado le añadimos 12 y a la suma la dividimos entre 5, obtendremos, finalmente, 6. ¿Cuál es el número?

2 A un número se le multiplica por 6, al prodcuto se añade 18 y a la suma se divide entre 3 y se obtiene 24. ¿Cuál es el número?

3 Si a cierto número lo multiplicamos por 12, al resultado le añadimos 16 y a la suma la dividimos entre 5, obtenemos finalmente, 20. ¿Cuál es el número?

4 Si a un número le restamos 13, al resultado lo dividimos entre 5, a este nuevo resultado lo elevamos al cuadrado y a este último resultado le sumamos 6, obtenemos, finalmente, 22. ¿Cuál es el número?

5 Si a la edad de mi abuelito la multiplicas por 6, luego la divides por 10, y el cociente lo multiplicas por 4, añadiendo enseguida 42, obtendrás 162. ¿Cuál es la edad de mi abuelito?

Nivel intermedio

6 Moisés y Lucas jugaron a las apuestas y resultaron con 46 soles y 57 soles, respectivamente. Moisés dijo que había duplicado el dinero que había llevado y Lucas dijo que había triplicado el suyo. ¿Cuánto tenían al principio entre los dos?

7 Antonio y Rita recibieron la propina de sus respectivos padres. Cada uno recibió tanto como tenía en ese momento. Antonio gastó 8 soles y le quedó 10. Rita gastó 14 soles y le quedó 4 soles. ¿Cuánto tenía cada uno antes de recibir la propina?

8 Para practicar las operaciones matemáticas, Mario eligió un número y lo multiplicó por 4, le sumó 21, enseguida lo dividió entre 3 y al resultado le restó 23, obteniendo 28. ¿Qué número eligió?

9 Cada vez que Milagros visita al tío Fortunato, éste le duplica el dinero que ella lleva y le da 5 soles más. Durante una semana le visitó tres veces y resultó con 115 soles. ¿Con cuánto dinero hizo la primera visita?

10 Un comerciante de sandías vendió su mercadería en 3 horas. En la primera hora vendió la mitad y 18 sandías más, en la segunda hora la mitad de lo que quedaba y 15 sandías más, en la tercera hora, las 55 restantes. ¿Cuántas sandías vendió?

Nivel avanzado

11 Manuel le dice a Sara: Si quieres saber mi edad, realiza las operaciones siguientes: multiplica mi edad por 2, luego a este resultado réstale 2, a este nuevo resultado divídelo entre 2, al cociente hallado agrégale 2 y obtendrás como resultado final 25. ¿Cuál es mi edad?

12 El profesor dará un premio a los alumnos que resuelvan el siguiente ejercicio: Si a cierto número le aumentamos 5, al resultado lo multiplicamos por 2, luego le disminuimos 6 y, finalmente, lo dividimos entre 5, obtendremos como resultado 4. ¿Cuál es el doble de dicho número?

13 Manolito gasta cada día la mitad de lo que tiene más S/. 20. Si gastó todo en 4 días, ¿cuánto gastó el segundo día?

14 Aarón, Patricia y Rodolfo están jugando a las cartas con la condición de que el que pierde tiene que duplicar el dinero de los otros dos. Si cada uno ha perdido una partida en el orden en que han sido nombrados, quedando, luego de haber perdido el último, con 40 nuevos soles cada uno, ¿cuánto tenía inicialmente Aarón?

Tarea

1 Si a la edad que tengo lo multiplico por 3, al resultado le resto 7 y al nuevo resultado lo divido entre 4, obtengo 11. ¿Qué edad tengo?

2 Miriam guarda en una cajita caramelos para sus hijos. Sandrito se lleva 8 caramelos, Sarita se lleva la mitad de lo que queda, entonces Miriam repone 13 caramelos y así la cajita resulta con 23 caramelos. ¿Cuántos caramelos se llevó Sarita?

3 Cada vez que Pedro visita a la tía Delia, ella le duplica el dinero a Pedro pero le cobra 10 soles por visita. Un día, luego de visitar 3 veces, Pedro se quedó con 10 soles. ¿Con cuánto dinero hizo la primera visita?

4 Un estudiante tiene inicialmente un cuaderno con hojas en blanco. Cada día escribe la mitad de las hojas que quedan en blanco y 13 hojas más. Si luego de 3 días gastó todas la hojas, ¿cuántas hojas tiene el cuaderno?

Reforzando - Unidad 5

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 En un edificio de 5 pisos viven 5 familias, una en cada piso. Los Ramos viven más arriba que los García, pero más abajo que los Castro. Los Fajardo están inmediatamente después de los Nolasco. Si los Fajardo viven en el tercer piso, ¿qué familia vive en el primer piso?

A) Los Ramos B) Los García
C) Los Nolasco D) Los Castro

2 Los canguros a, b, c, d y e están sentados en ese orden alrededor de una mesa circular. De repente, 4 de los canguros intercambian su lugar con uno de sus vecinos. ¿Cuál es el canguro que no se movió si quedaron en el orden a, e, c, b, d?

A) a B) b C) c D) d E) e

3 En una competencia automovilística, el auto de Manuel va en primer lugar y el auto de Néstor en el quinto puesto. Si Lincoln va en el puesto intermedio entre ambos, Jorge le sigue a Lincoln y Ricardo está mejor ubicado que Jorge, ¿quién ocupa el segundo lugar?

A) Lincoln B) Jorge C) Ricardo
D) Nestor E) Gildder

4 Eduardo nació 3 años antes que Rubén, éste 2 años antes que Danny, Manuel 5 años antes que Eduardo y John 4 años antes que Manuel. ¿Quién nació antes que todos?

A) Rubén B) Danny
C) Eduardo D) John

5 Cinco familias: los Yábar, los Navarro, los Malki, los Pérez y los González viven en cinco casas contiguas y de ellas se conoce que:

- Los Navarro viven a la derecha de los Pérez.
- La casa de los Pérez queda junto y a la izquierda de la casa de los Malki.
- La casa de los Yábar está a la izquierda de los González.
- Los Malki viven a la derecha de los González.

¿Qué familia vive entre los Pérez y los Yábar?

A) Navarro B) Pérez
C) Malki D) González

6 Si 6 camisas cuestan lo mismo que 5 pantalones y 2 pantalones cuestan S/. 120, ¿cuánto cuestan 4 camisas?

A) S/. 60 B) S/. 200
C) S/. 120 d) S/. 140

7 Zoila recibe una propina de 10 soles de la mamá, 12 soles del tío y 5 soles de la abuelita. Luego de gastar la mitad de su dinero y pagar una deuda de 8 soles, le quedan 15 soles. ¿Cuánto tenía antes de recibir las propinas?

A) S/. 18 B) S/. 19
C) S/. 20 D) S/. 21

8 Alberto, Beatriz, Carlos y Daniela tienen entre todos 160 dulces. Alberto le da la mitad de sus dulces a Beatriz, Beatriz le da la mitad de los suyos a Carlos, Carlos le da la mitad de los suyos a Daniela y finalmente Daniela le da 10 de los suyos a Alberto, quedando todos con la misma cantidad. El número de dulces que tenía Beatriz al inicio es:

A) 50 B) 60 C) 40 D) 10

9 Dos libros de matemáticas pesan tanto como 5 cuadernos. ¿Cuántos libros de matemática pesan igual que 10 libros de historia, sabiendo que 7 cuadernos pesan lo mismo que 2 libros de historia?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15

10 Si Ángela habla más bajo que Rosa y Celia habla más alto que Rosa, ¿Ángela habla más alto o más bajo que Celia?

11 Tenemos cuatro perros: un galgo, un dogo, un alano y un podenco. Este último come más que el galgo, el alano come más que el galgo y menos que el dogo, pero éste come más que el podenco. ¿Cuál de los cuatro es más barato de mantener?

12 Un número se multiplica por 5, al producto se le resta 2, el resultado se divide entre 4 y se obtiene 12. ¿Cuál es el número inicial?

13 Se abre el desagüe de un tanque lleno de agua. En cada hora sale la mitad de lo que quedó la hora anterior más 2 litros, quedando al final de la tercera hora solo 4 litros. Determina la cantidad de litros de agua que había al principio.

14 Cici, Didi, Fifi, Gigi y Mimi tienen diferentes cantidades de dinero. Ni Gigi ni Cici tiene tanto dinero como Fifi. Tanto Cici como Didi tienen más dinero que Mimi. Gigi tiene más dinero que Mimi, pero menos que Cici. ¿Quién tiene la menor cantidad de dinero?

15 Nueve reglas cuestan tanto como 5 lapiceros, 4 lápices cuestan tanto como 3 lapiceros. Si 5 lápices cuestan 9 soles, ¿cuánto cuestan 6 reglas?

16 Dos motos cuestan igual que 15 bicicletas, 7 patines igual que 16 pelotas y 49 patines lo mismo que 5 bicicletas. ¿Cuántas pelotas cuestan tanto como 6 motos?

17 En una feria de artesanos, se pueden canjear 7 collares por 5 aretes, 3 aretes por 14 sortijas y 12 sortijas valen S/. 30. ¿Cuánto cuestan 6 collares?

18 En un pueblo africano, por cada tres espejos dan 5 diamantes, por cada 2 diamantes dan 30 monedas de oro. Por 60 espejos, ¿cuántas monedas de oro darán?

19 Las hermanas Ana, Beatriz, Carmen y Dana tienen una hija cada una, a la que han puesto el nombre de la hermana, pero ninguna repetida. Carmen, la hija de Beatriz, y su prima Ana siempre visitan a la tía Carmen. Si la hija de Carmen no se llama Beatriz, ¿cómo se llama la hija de Dana?

20 Felipe tiene una cantidad de dólares a la que le agrega $25. Si se triplica la nueva cantidad y al resultado se le resta $20, el nuevo resultado dividido entre 20 personas hace que cada una reciba $5. ¿Cuántos dólares tenía Felipe inicialmente?

21 La edad de Luis se duplica, al resultado se le suma 12, para luego dividirlo entre 15. Al nuevo resultado se le extrae la raíz cuadrada, para finalmente restarle 2, obteniendo 0 años. ¿Cuál es la edad de Luis?

22 En una mesa circular hay seis asientos simétricamente ubicados. En ella, seis amigas se sientan a jugar casino.

Lucía no está sentada al lado de Leticia ni de Juana; María no está al lado de Cecilia ni de Juana; Leticia no está al lado de Cecilia ni de María; Irene está junto y a la derecha de Leticia. ¿Quién está junto y a la derecha de María?

23 Un vendedor tiene cierto número de naranjas; vende la mitad a Juan y la tercera parte del resto a Pedro. Si le quedan aún 20, ¿cuántas naranjas tenía al inicio?

24 Con el dinero que tengo puedo comprar 3 libros o, en su defecto, 7 lapiceros. Si 8 lapiceros cuestan igual que 5 cuadernos y 10 cuadernos cuestan 48 soles, ¿cuánto dinero tengo?

Autoevaluación

1 En una mesa circular con cuatro sillas distribuidas simétricamente están sentadas cuatro personas de la siguiente manera: Andrea se sienta frente a Natalia y a la izquierda de Lady, además Elisa está conversando entretenidamente con Natalia. ¿Quién se sienta frente a Lady?

2 En un plano vial se observa lo siguiente: la carretera "A" mide 20 km más que la carretera "D", la carretera "C" mide 30 km menos que la "E", ésta mide 40 km más que la carretera "A" y la carretera "B" mide 10 km menos que la "C". ¿Qué carreteras tienen igual longitud?

3 Se sabe que 4 saltos de tigre equivalen a 5 saltos de león, 7 saltos de conejo equivalen a 2 saltos de león, 5 saltos de conejo equivalen a 2 saltos de gacela, 6 saltos de gacela a 2 saltos de leopardo. ¿Cuántos saltos de leopardo equivalen a 12 saltos de tigre?

4 Con el dinero que tengo puedo comprar 5 carneros o, en su defecto, 2 toros. Se sabe que 3 toros cuestan lo mismo que 4 vacas y 2 vacas lo mismo que 12 cabras. Si 8 cabras cuestan 720 soles, ¿cuántas cabras puedo comprar con lo que tengo?

5 Martel gasta el día lunes la mitad de su dinero más 10 soles, el martes gasta la mitad de lo que le queda más 10 soles y así sucesivamente. Si el día viernes tiene S/. 8 para gastar, ¿cuánto dinero tenía el domingo?

6 Iris tenía cierta cantidad de dinero. Por su cumpleaños su mamá le dio S/. 20. Después su papá le dio el triple de lo que ya tenía. A continuación su padrino le dio S/. 80. En la noche Iris invitó a sus amigas y se gastó la mitad de lo que había reunido. Si al final le sobraron S/. 100, ¿cuánto dinero tenía Iris al principio?

Cuatro operaciones básicas

Falsa suposición

Cada vez que Raquel recibe entre sus propinas monedas de 2 soles o de 5 soles los pone en su alcancía; no pone billetes ni monedas de otro valor.

Ella sabe que ya tiene ahorrados 36 soles en 12 monedas pero no recuerda cuántas tiene de cada denominación.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cuántas monedas tiene de cada denominación?

De 2 soles ☐ De 5 soles ☐

La falsa suposición consiste en calcular dos cantidades cuya suma, el importe de cada una y el valor total se conocen.

La estrategia consiste en suponer a drede que de ambas cantidades solo hay una. Esta suposición conduce a un error cuya corrección da la solución.

Resolviendo: (Problema introductorio)

- Vamos a suponer que todas las monedas son de 2 soles, entonces tendría 2×12 = 24 soles.

- Pero tienen 36 soles, o sea, 36 – 24 = 12 soles de más. Por considerar una moneda de 2 soles en lugar de una de 5, el importe aumenta en 3 soles.

- Para que haya 12 soles más:

  Debe haber 12÷3 = 4 monedas de 5 soles.

  Entonces, 12 – 4 = 8 monedas de 2 soles.

Ten en cuenta

¿Cuántas patas tienen los animales?

El número de patas siempre es un número par:

0; 2; 4; 6; 8; ...

- El gusano tiene 0 patas.

- Las aves tienen 2 patas:

- El chancho, el perro y el gato y la vaca tienen 4 patas:

- La mosca tiene 6 patas.

- La araña tiene 8 patas.

- La tarántula tiene 10 patas.

Razonamiento Matemático

Ejemplo 1

En una heladería hay helados de 3 y de 5 soles. Lucio compró 8 helados por 30 soles. ¿Cuántos compró de cada precio?

Resolviendo:

- Si todos los helados costaran de 3 soles, el importe sería 3×8 = 24 soles. Pero es 6 soles de más.
- Por cada helado de 5 soles el importe aumenta en 2 soles. Para que sea 6 soles más, debe haber 6÷2 = 3 helados de 5 soles.

∴ Hay 3 helados de 5 soles y 5, de 3 soles.

Ejemplo 2

En una concentración de estudiantes había triciclos y bicicletas. Se contaron 23 timones y 52 llantas. ¿Cuántos triciclos había?

Resolviendo:

- Si hay 23 timones, hay 23 vehículos.
- Si todos fueran bicicletas habría 2×23 = 46 llantas. Pero hay 52 – 46 = 6 llantas de más.
- Por cada triciclo hay 1 llanta de más.

Entonces hay 6 triciclos.

Nivel básico

1 Se repartieron 140 caramelos entre 40 niños, dándoles a los varones 3 y a las niñas, 5. ¿Cuántos niños había de cada género?

2 Se reunieron pavos y perros para protestar contra las festividades navideñas. Hubo 50 participantes y se pudo contar 146 patas. ¿Cuántos perros y cuántos pavos asistieron?

3 Juanito ha dibujado 20 figuras entre cuadriláteros y hexágonos. Cuando el profesor le pidió que contara el número de lados de todas las figuras encontró 94. ¿Cuántos hexágonos dibujó?

4 Una comerciante llevó al mercado gallinas, algunas de ellas con sus pollitos, haciendo un total de 20. Las gallinas las vendió a 20 soles y los pollitos a 5 soles. Si las ventas le reportaron un ingreso de 220 soles, ¿cuántos pollitos había en la mercadería?

5 En una feria gastronómica se vendieron pachamanca y chancho al palo. Cada plato de pachamanca se vendió en 15 soles y el chancho al palo, en 20 soles. Se vendieron en total 60 platos y se recaudó 1080 soles. ¿Qué plato se vendió más?

Nivel intermedio

6 En una granja de cerdos y gallinas se cuentan 80 cabezas y 200 patas. ¿Cuántas gallinas hay en la granja?

7 Un ómnibus cobra S/. 10 por cada pasaje adulto y S/. 6 por niño o universitario. Si en uno de sus viajes transporta 52 pasajeros y recauda S/. 472, ¿cuantos adultos viajaron?

8 Quiero pagar una deuda de S/. 272 con 79 monedas de S/.5 y S/. 2. ¿Cuántas monedas de S/2. necesito?

9 En un taller se tienen 48 vehículos, entre motos y mototaxis. ¿En cuánto excede el número de mototaxis al de motos si el total de vehículos es 127?

10 Noemí postula a la universidad y rinde un examen de 100 preguntas, de modo que obtiene 4 puntos por respuesta correcta y pierde 2 puntos por respuesta errada. ¿Cuántas preguntas erró si contestó todas y solo obtuvo 292 puntos?

GENIO MATIC

Nivel avanzado

11 Un biólogo tiene en su laboratorio un total de 64 bichos, entre arañas y moscas. Si se cuenta en total 428 patas, ¿cuántas moscas más que arañas tiene?

12 En un examen de admisión sobre 100 preguntas se otorga 5 puntos por respuesta correcta y un punto en contra por respuesta incorrecta. Si un postulante no contesta 20 preguntas y obtiene 208 puntos, ¿cuántas preguntas contesta correctamente?

13 Un padre propone 20 problemas a su hijo. Por cada problema resuelto correctamente el hijo recibirá S/. 4 y por cada problema resuelto incorrectamente perderá S/. 1. Si después de resolver los 20 problemas, el hijo recibe S/. 55, ¿cuántos problemas resolvió correctamente?

14 Un litro de leche pura pesa 1,032 g. Si un lechero entrega 60 litros, que pesan 60,8 kg, ¿cuántos litros de agua añade a la leche? Un litro de agua pesa 1 kg.

Tarea

1 En un corral hay 30 animales, entre gallinas y conejos. Si en total se contó 84 patas, ¿cuántas gallinas y cuántos conejos hay en el corral?

2 Se cancela una deuda de S/. 2000 usando billetes de S/. 50 y S/. 20. Si en total se usan 70 billetes, ¿cuántos billetes de S/. 50 se usaron?

3 En un taller hay 32 móviles, entre motos y autos. Si en total se cuentan 112 llantas, ¿cuántos autos hay?

4 Al estreno de la película la Era de Hielo 4 asistieron 300 personas, recaudándose S/. 1860. ¿Cuántas personas asistieron si cada adulto paga S/. 8 y cada niño, S/. 5?

Tabla de decisiones

Tabla de doble entrada

Los miembros de un club de fans de un grupo musical publican en las redes diversas informaciones sobre las edades de los 4 integrantes del grupo.

- Tienen 20; 23; 24 y 28 años.
- Kurt es mayor que Hardy.
- Oriol nació antes que Karim.
- Hardy tiene más de 23 años.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Qué edad tienen los integrantes del grupo? Kurt ☐ Hardy ☐ Oriol ☐ Karim ☐

En este tema veremos una estrategia para ordenar la información, utilizando una tabla de doble entrada. La estrategia consiste en disponer en una columna las personas y en la fila superior los atributos de las personas.

La tabla sirve básicamente para descartar atributos de las personas.

Razonamiento Matemático

Resolviendo: (Problema introductorio)

1. Elaboramos la tabla:

	20	23	24	28
Kurt				
Hardy				
Oriol				
Karim				

2. Usamos la información, no necesariamente en el orden en que nos proporcionan.

- Hardy tiene más de 23 años.

⇒ no tiene 20 ni 23 años

	20	23	24	28
Kurt				
Hardy	✗	✗		
Oriol				
Karim				

- Kurt es mayor que Hardy

⇒ Hardy no tiene 28 años, tiene 24 y Kurt, 28.

	20	23	24	28
Kurt				✓
Hardy	✗	✗	✓	✗
Oriol				
Karim				

3. Cuando descubrimos el atributo de una persona ponemos ✓. En la columna y la fila que contiene ✓ llenamos con ✗.

	20	23	24	28
Kurt	✗	✗	✗	✓
Hardy	✗	✗	✓	✗
Oriol			✗	✗
Karim			✗	✗

- Oriol nació antes que Karim.

⇒ Oriol no tiene 20 años, tiene 23 y Karim, 20.

	20	23	24	28
Kurt	✗	✗	✗	✓
Hardy	✗	✗	✓	✗
Oriol	✗	✓	✗	✗
Karim	✓	✗	✗	✗

- Kurt: 28 años
- Hardy: 24 años
- Oriol: 23 años
- Karim: 20 años

Ejemplo 1

María, Carmen y Delia tienen sus mascotas: un gato, un loro y un perro, aunque no necesariamente en este orden. **Determina** la mascota de cada una con las siguientes pistas:

- A María no le gustan las aves.
- Delia le dice, a la dueña del perro, que a ella no le gustan los loros.

Resolviendo:

1. Elaboramos la tabla y usamos la información, no necesariamente en el orden en que nos han proporcionado.

	gato	loro	perro
María			
Carmen			
Delia			

- Delia le dice a la dueña del perro que a ella no le gustan los loros.

⇒ Si Delia le habla a la dueña del perro, entonces Delia no es dueña del perro.

Además, no le gustan los loros. Entonces, es dueña del gato.

	gato	loro	perro
María			
Carmen			
Delia	✓	✗	✗

2. Llenamos la primera columna y usamos la primera pista.

- A María no le gustan las aves.

⇒ es dueña del perro.

	gato	loro	perro
María	✗	✗	✓
Carmen	✗	✓	✗
Delia	✓	✗	✗

- Maria es dueña del perro.
- Carmen es dueña del loro.
- Delia es dueña del gato.

Nivel básico

1 Analí, Lucero y Noemí practican fútbol, vóley y ajedrez, aunque no necesariamente en ese orden. Con las siguientes pistas, descubre el deporte de cada una.

- A Lucero le gustan deportes con pelota.
- Noemí es amiga de la futbolista.
- A Lucero no le gusta el fútbol.

2 Cuatro amigos: Gustavo, Alberto, César y Roberto practican un deporte diferente cada uno:

I. Gustavo quisiera jugar tenis en lugar de fútbol.

II. Alberto le pide prestadas las paletas de frontón a Roberto.

III. César nunca fue buen nadador.

¿Qué deporte practica César?

3 Luis, Juan, Javier y Pedro tienen diferentes ocupaciones:

- Luis y el profesor están enojados con Pedro.
- Juan es amigo del albañil.
- El periodista es amigo de Pedro.
- El sastre es muy amigo de Javier y del albañil.
- Luis desde muy joven es periodista.

¿Quién es el sastre?

4 Alex, Rommel, Eddy y Giorgio viven en cuatro distritos diferentes:

- Rommel no vive en Jesús María y Giorgio vive en Pueblo Libre.
- Alex va a Jesus María a visitar a Eddy.
- A Rommel le gustaría vivir en San Isidro.

¿Dónde vive Alex y quién vive en San Borja?

5 Jorge, Elizabeth y Nancy estudian en tres universidades A, B y C. Ellos estudian ingeniería, periodismo y turismo. Jorge estudia en B. El periodista y Nancy visitan al que estudia en B. Elizabeth no está en C. El que está en B no estudia turismo. ¿Qué estudia Nancy y en qué universidad?

Nivel intermedio

6 Las hermanas Angie, Bertha y Camila tienen 9, 20 y 12 años de edad, no necesariamente en ese orden. Si Bertha es la menor de todas y la suma de edades de una de ellas y la de Angie es 21 años, ¿cuál es la edad de Camila?

7 Sergio, Carlos y Ángel viven en San Juan, Comas y Ate. Si la letra inicial de su nombre no coincide con la letra inicial de su distrito, además el que vive en Comas le dice a Sergio que es su mejor amigo, ¿en qué distrito vive cada uno?

8 Jaime, Karl, Luis y Miguel practican natación, fútbol, tenis y básquet.

I. Cuando termine el colegio, a Jaimele gustaría aprender a jugar el básquet o el fútbol.
II. Karl le pidió prestadas las raquetas a Miguel.
III. A Luis no le gusta patear la pelota.

¿Qué deporte práctica cada uno?

GENIOMATIC

9 Pedro, Ana, Rosa y Luis tienen edades entre 7 y 10 años. Se sabe que la edad de Ana no es un número par pero es mayor que 7, y que las edades de Pedro y Luis son números pares. ¿Qué edad tiene Pedro, si las edades de Rosa y Luis suman 15 años?

Nivel avanzado

10 Cuatro amigas: Ana, Betsy, Carla y Diana tienen 20, 24, 26 y 30 años, no necesariamente en ese orden.

Se sabe que la edad de la menor más la edad de Betsy es igual a la suma de las edades de Diana y Carla y que ésta es menor que Diana. ¿Cuál es la suma de las edades de Ana y Carla?

11 A Jéssica, Roxana, Vanessa y Pilar les dicen: "La flaca", "La chata". "La coneja" y "La negra", aunque no en ese orden.

Se sabe que:

"La coneja" le dice a Pilar que "La chata" está con gripe. Roxana, "La negra", es amiga de "la chata Vanessa ". ¿Quién es "la flaca "?

12 Arturo, Bruno, Carlos y Dante viven en los siguientes distritos: Barranco, Lima, Magdalena y San Borja, aunque no necesariamente en ese orden. Cada uno tiene una ocupación diferente: dibujante, electricista, periodista y vendedor. Además se sabe lo siguiente:

- Arturo no es vendedor ni vive en Lima.
- El periodista viven en Barranco.
- Carlos es dibujante.
- El electricista vive en Lima y es muy amigo de Dante.

¿Quién viven en Barranco?

Tarea

1 Manuel, Piero y Jhon practican tenis, fútbol y Pin Pon, aunque no necesariamente en ese orden. Cada persona practica un solo deporte. Piero no practica el deporte que requiere raqueta y Manuel no practica tenis. ¿Qué deporte practica Jhon?

2 Tres amigos: André, Benjamín y Cesar piden en el restaurante ají de gallina, bisteck y cau-cau. Cada uno pide un platillo cuya letra inicial no coincide con la de su nombre y Carlos no come frituras. ¿Qué comida pide cada uno?

Planteo de ecuaciones

Resolución de ecuaciones

Eduardo trabaja en el almacén de una fábrica. En uno de los depósitos había 47 sacos de arroz y en otro, 93 sacos.

A Eduardo le ordenaron que coloque igual número de sacos de arroz en cada depósito.

Eduardo restó 93 – 47 = 46 y concluyó que debía pasar 46 sacos de un depósito a otro.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Es correcto el razonamiento de Eduardo? _____

Una ecuación es una igualdad algebraica donde una letra (o más), llamada incógnita, representa un número, el cual se encuentra resolviendo la ecuación.

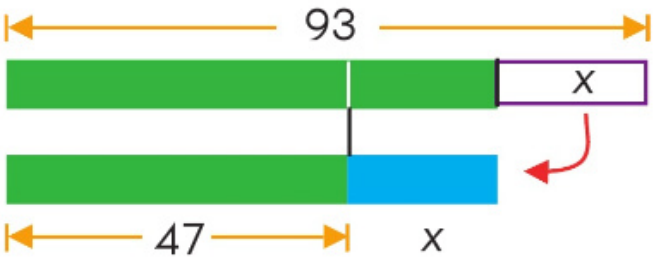
Plantear una ecuación es expresar en forma de igualdad un problema que está expresado verbalmente.

Resolviendo: (Problema introductorio)

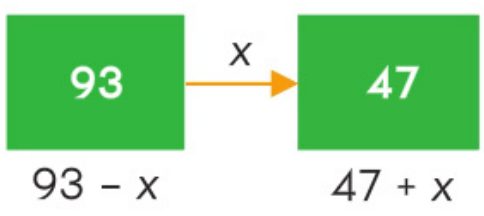
1. Leemos el enunciado y elegimos qué va representar la incógnita:
   Sea x el número de sacos que hay que pasar de un depósito a otro.

2. Tratamos de comprender el problema imaginando el proceso o fenómeno. En lo posible, representamos con un esquema lo que hemos comprendido.

Esquema 1



Esquema 2



3. Planteamos la ecuación y resolvemos:

$$47 + x = 93 - x$$
$$2x = 93 - 47$$
$$2x = 46 \Rightarrow x = 23$$

4. Si del depósito de 93 sacos retiramos 23, quedan 93 – 23 = 60.
   Si al depósito de 43 sacos le agregamos 23, quedan 47 + 23 = 60.
   Así, en ambos depósitos quedan la misma cantidad de sacos.

Ten en cuenta

- Cuando se trata de representar números consecutivos, lo expresamos así:

  x; $x + 1$; $x + 2$...

Ejemplo:

La suma de tres números consecutivos es 27.

Lo planteamos así:

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 27$$
$$3x + 3 = 27$$
$$3x = 24$$
$$x = 8$$

Los números consecutivos son: 8; 9 y 10.

- Las expresiones A excede a B en 6 o A es mayor que B en 6.

  Lo planteamos así:

  $A - B = 6$

- Los números pares consecutivos son de la forma:

  $2x$; $2x + 2$; $2x + 4$....

Ejemplo:

La suma de dos números pares consecutivos es 30.

Halla el mayor.

Se plantea así:

$$2x + (2x + 2) = 30$$
$$4x = 28$$
$$x = 7$$

El mayor: $2x + 2 = 16$

Razonamiento Matemático

A continuación veamos algunos enunciados en el lenguaje verbal traducidos al lenguaje matemático.

LENGUAJE VERBAL	LENGUAJE MATEMÁTICO
Un número	x
Un número aumentado en 5	$x + 5$
Un número disminuido en 23	$x - 23$
Un número aumentado en su triple	$x + 3x$
El doble de un número - Dos veces un número	$2x$
Triple de un número - Tres veces un número	$3x$
El doble de la suma de un número con 6	$2(x + 6)$
El doble de un número aumentado en 6	$2x + 6$
La mitad de un número	$x/2$
La tercera parte de un número	$x/3$
El cuadrado de un número	x^2

Ejemplo 1

La suma de un número más su doble es 45. **Halla** el número.

Resolviendo:

El número — Doble del número

$$x + 2x = 45$$

$\therefore$ El número es: $x = \frac{45}{3} = 15$

Ejemplo 2

La suma de cuatro números consecutivos es 82. **Halla** la suma de las cifras del mayor.

Resolviendo:

$$x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) = 82$$
$$4x + 6 = 82$$
$$4x = 76$$
$$x = 19$$

El número mayor es: $x + 3 = 22$

$\therefore$ Suma de cifras: $2 + 2 = 4$

Ejemplo 3

Don Francisco distribuye S/. 140 entre sus tres hijos. Si el mayor recibe el doble del segundo y este recibe el doble del menor, ¿cuánto recibe cada uno?

Resolviendo:

Si el menor recibe: x
El segundo recibe: $2x$
El mayor recibe: $4x$

La suma total es:

$$x + 2x + 4x = 140$$
$$7x = 140$$
$$x = 20$$

$\therefore$ Recibieron: 20, 40 y 80

Ejemplo 4

En un salón de clases, el número de varones es el triple del número de damas. Si se retiran 7 varones, estos serían el doble del número de mujeres.

¿Cuántos alumnos hay en el salón?

Resolviendo:

N° de damas: x
N° de varones: $3x$
Al retirarse 7 varones: $3x - 7$

Se cumple: $(3x - 7) = 2(x)$
$$3x - 2x = 7$$
$$x = 7$$

$\therefore$ N° alumnos: $x + 3x = 4x = 28$

Ten en cuenta

DOS CANTIDADES

Cuando un problema presenta dos cantidades desconocidas, una de ellas se debe elegir como incógnita y expresar la otra en términos de la primera.

Veamos algunos ejemplos:

- La suma de dos números es 15:
  Primero: x
  Segundo: $15 - x$

- Alondra compra 23 artículos, entre lapiceros y cuadernos:
  Lapiceros: x
  Cuadernos: $23 - x$

- Elvira tiene 15 años más que Julián:
  Julián: x
  Elvira: $x + 15$

- Tengo 20 monedas entre monedas de 2 soles y de 5 soles:
  Monedas de S/. 2: x
  Monedas de S/. 5: $20 - x$

Nivel básico

1 Si la suma de un número más el triple del mismo resulta 84, ¿cuánto resulta si al número se le disminuye 9 unidades?

2 La suma de tres números pares consecutivos es 120. ¿Cuánto es la suma de las cifras del mayor?

3 Si gasto la tercera parte de mi sueldo me quedo con S/. 450. ¿A cuánto asciende mi sueldo?

4 Omar tiene cierto número de rosas y quiere regalarlas a sus amigas. Si regala 8 rosas a cada una le sobran 15, pero si quisiera regalar 11 rosas a cada una le faltarían 3. ¿Cuántas rosas tiene Omar?

5 Si Miguel recibe S/. 5 tendría el doble de lo que tendría si hubiera gastado S/.5. ¿Cuánto tiene Miguel?

Nivel intermedio

6 Un alambre de 35 m se divide en tres partes, tal que cada parte es el doble de la anterior. ¿Cuánto mide la parte mayor?

7 El exceso de 20 sobre 8 equivale al exceso de 22 sobre el doble de x. ¿Cuál es el valor de x?

8 El número de gallos en un corral es el cuádruple del número de gallinas. Si se mata 4 gallinas, el número de gallos resulta 6 veces del número de gallinas. ¿Cuántos gallos hay?

9 Dos ejércitos tienen el mismo número de efectivos. Si mueren 200 de uno y 50 del otro, el número de soldados de uno resulta el doble del otro. ¿Cuántos soldados había al principio?

10 En una fiesta se observa 38 varones y 24 mujeres. Si al momento de bailar, el número de varones que no bailan resulta el doble del número de mujeres que no bailan, ¿cuántas personas bailan?

Nivel avanzado

11 En una caja hay doble número de caramelos de menta que de limón y triple número de caramelos de naranja que de menta y de limón juntos. En total hay 312 caramelos. **Calcula** cuántos caramelos hay de cada sabor.

12 La suma de cuatro números es igual a 90. El segundo número es el doble del primero, el tercero es el doble del segundo y el cuarto es el doble del tercero. **Determina** el valor de los cuatro números.

13 En una fiesta de fin de curso, a la que asistieron 156 personas, hay doble número de mujeres que de hombres y triple número de niños que de hombres y mujeres juntos. **Determina** el número de hombres, mujeres y niños que hay en la fiesta.

14 Si el lado de un cuadrado se duplica, su perímetro aumenta 40 m. **Calcula** la medida del lado del cuadrado.

Tarea

1 Si al doble de la cuarta parte de un número le sumamos 16, resulta el número disminuido en 4. ¿Cuál es ese número?

2 Si del dinero que tengo, gasto la tercera parte, me quedaría 50 soles. ¿Con qué dinero contaba inicialmente?

3 El quíntuple de un número disminuido en 17 es igual que el triple del mismo número aumentado en 7. ¿Cuál es el número?

4 Si Luis le presta S/. 15 a Víctor, este tendría el triple de lo que le quedara a Luis. Si juntos tienen 280 soles, ¿cuánto tiene Víctor?

Reforzando - Unidad 6

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Diana tiene 100 soles en monedas. Si 6 de las monedas son de 5 soles y el resto de 2 soles, ¿cuántas monedas son de 2 soles?

A) 14 B) 36 C) 24 D) 35

2 Una lavadora cuesta el doble que una cocina. Si la cocina costara 80 soles más y la lavadora 90 soles menos, ambos costarían lo mismo. ¿Cuánto cuesta la cocina?

A) S/. 340 B) S/. 180
C) S/. 170 D) S/. 160

3 Si Luis tuviera 6 caramelos más que Víctor, entre los dos tendrían 34 caramelos. Si en realidad Luis tiene 6 caramelos menos que Víctor. ¿Cuántos caramelos tienen juntos?

A) 28 B) 34 C) 30 D) 22

4 Una torre tiene 60 m de altura. La campana está a una altura igual al triple de la distancia del nivel de campana a la cúspide de la torre. ¿A qué altura está la campana?

A) 40 m B) 45 m
C) 46 m D) 48 m

5 A Manuel le dejaron la tarea de escribir 50 números consecutivos. Luego de cumplir con la tarea se percató de que había escrito un total de 127 cifras. ¿Cuál fue el último número escrito por Manuel?

A) 124 B) 125 C) 126 D) 127

6 Los hermanos Andrés, Benjamín y Carlos tienen un hijo cada uno. Cada hermano ha puesto de nombre a su hijo el del hermano, pero sin repetir ninguno. Si Carlitos siempre visita al tío Andrés, ¿cómo se llama el hijo de Benjamín?

A) Carlos B) Andrés C) Benjamín
D) Falta información.

7 Una caravana de cuatro camiones sube una cuesta. Los camiones A y C van uno tras otro. El camión B va más arriba que el D. Si el camión C va adelante, ¿qué camión va tercero?

A) A B) B C) C D) D

8 Álex y Beto ponen S/. 43,20 y S/. 14,40, respectivamente, en un juego de azar y después de jugar se reparten en partes iguales el dinero total. ¿Qué sucedió?

A) Álex perdió tanto como ganó Beto.
B) Álex ganó el doble de lo que perdió Beto.
C) Álex perdió la mitad de su dinero.
D) Beto duplicó su dinero.

9 Celina tiene 20 soles y Daniela 30 soles. ¿Cuánto le falta a Celina para tener el triple de lo que tiene Daniela?

A) S/. 70 B) S/. 80
C) S/. 90 D) S/. 60

10 Pedro, Samuel, Elisbán y Timoteo crían un perro, un gato, un loro y un conejo. A Elisbán no le gustan los conejos, Pedro y el dueño del perro trabajan junto con Samuel. Timoteo siempre alardea de su loro. Si Samuel no es dueño del gato, ¿quién es dueño del gato?

A) Pedro B) Samuel
C) Elisbán D) Timoteo

11 Ramón tiene una lata vacía. Si la llena completamente con arena, todo pesa 870 g. Si llena con arena solo las tres cuartas partes, todo pesa 735 g. ¿Cuánto pesa la lata vacía?

A) 300 g B) 330 g
C) 320 g D) 350 g

12 ¿Cuál es el número de 2 cifras significativas tal que al invertir el orden de sus cifras aumenta en 72?

A) 91 B) 19 C) 92 D) 71

13 Entre pollitos y conejitos, Carlitos contó 30 cabezas y 78 patas. ¿De cuáles animalitos hay más y cuánto más?

14 Carmen tiene 200 soles en 12 billetes de 10 soles y de 20 soles. Compra una blusa con todos los billetes de 20 soles. ¿Cuál es el precio de la blusa?

15 ¿Cuál es el número cuyo doble excede a 20 en 30?

16 A una reunión de padres de familia del salón de Fátima, asistieron el doble del número de padres que faltaron. Si son 27 los padres de familia que debían asistir a la reunión, ¿cuántos faltaron?

17 Marisol tiene 12 años. ¿Dentro de cuántos años tendrá el triple de la edad que tenía hace dos años?

18 Con los 2/3 de lo que tiene, Fidel compra un transformer. Si tuviera 20 soles más compraría 4 transformers. ¿Cuánto cuesta cada transformer?

19 En la visita al Museo de Arte, Carla observó que en un ambiente había 12 varones y 8 mujeres. Del ambiente fueron saliendo en parejas al ambiente contiguo, de modo que quedaron triple número de hombres que de mujeres. ¿Cuántas parejas salieron?

20 Arturo tiene el doble de amigos que Fermín. Entre los dos tienen 5 amigos en común. Sin considerar los amigos en común, Arturo tendría el triple de amigos que Fermín. ¿Cuántos amigos tiene Fermín?

21 Un entomólogo tiene 80 insectos, entre moscas y arañas. Si en total hay 500 patas, ¿cuántos de los insectos son arañas?

22 Marina ha elaborado tazas de 120 gramos de peso y tazas de 140 gramos de peso. Para satisfacer un pedido 20 tazas, ha hecho un paquete que pesa 3 kg. Si la envoltura pesa 440 gramos, ¿cuántas tazas de 120 gramos ha empaquetado?

23 Elvira rinde una prueba de 40 preguntas. Cada respuesta correcta vale 4 puntos, pero le quitan un punto por cada equivocación. Si habiendo respondido todas las preguntas obtuvo 120 puntos, ¿en cuántas se equivocó?

24 En una exposición de animales, se encontraban en un mismo sitio las avestruces y las ovejas. Manuel contó 60 cabezas y Carolina contó 192 patas. ¿Cuántos animales de cada clase había?

25 Tres amigos: un gordo, un flaco y un enano, tienen diferentes temperamentos. Uno es alegre, otro, colérico y el otro, triste. Se sabe que:

- Al gordo nunca se le ve reír.
- El enano para molesto porque siempre lo fastidian por su tamaño.

¿Quién es el que para triste?

26 En una reunión del directorio de una empresa están: el presidente, el vicepresidente, el secretario y un vigilante de la empresa, cuyos nombres (en desorden) son: Emiliano, Ricardo, Samuel e Inocencio.

- Samuel y el vigilante son muy amigos.
- Ricardo es primo del secretario.
- Emilio y el vicepresidente no se llevan bien.
- El presidente y el vigilante son amigos de Inocencio.
- Emilio es el secretario.

¿Quién es el presidente y quién el secretario?

Autoevaluación

1 En el cumpleaños de María se repartió 80 caramelos, dando 3 caramelos a los varones y 4 caramelos a las niñas. De los 30 asistentes al cumpleaños, ¿cuántos de ellos eran varones?

2 A una reunión asistieron tres amigos: Miguel, Hugo y Roberto; y tres damas: Pilar, Milagros y Delia. Terminada la actividad, cada uno de ellos salió acompañado por una dama. Hugo salió con la amiga de Milagros. Pilar, que no simpatiza con Milagros, salió antes que Miguel. ¿Quién acompañó a Delia y con quién salió Miguel?

3 Charo tiene el doble de amigas que Filomena. Entre las dos tienen 6 amigas en común. Si no se consideran las amigas en común, Charo tendría el triple de amigas que Filomena. ¿Cuántas amigas tiene cada una?

4 Un proyecto se debió ejecutar en 90 días. Luego de ejecutar los 3/5 de la obra, el ingeniero calculó que entregarán la obra con 10 días de retraso. ¿Cuántos días falta para la entrega de la obra?

5 Ricardo compró 12 paltas de 3 soles y de 5 soles por un importe de 50 soles. ¿Cuántas paltas compró de cada precio?

6 Las señoritas: Eva, Kelly, Carla y Ruth tienen los apellidos: Alva, Barreto, Calvo y Delgado. Si se sabe que:

- Eva y Delgado fueron a la casa de Calvo, que vive en Comas.
- Kelly, Alva y Barreto son secretarias del Colegio y la primera siempre llega tarde porque vive en Ancón.
- Alva, Calvo y Ruth se van los viernes a jugar al bingo.
- Delgado, Barreto y Carla estudiaron en San Marcos.

¿Cuál es el nombre de la señorita Alva?

Resolución de ecuaciones

Problemas de edades

Carlitos y su papá conversan mientras pasean en el parque del distrito.

- Papá, tú me triplicas la edad.
- Sí Carlitos, pero dentro de 10 años solo te duplicaré la edad.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Qué edad tiene Carlitos y por cuántos años le lleva su padre?

Se denominan problemas de edades porque las cantidades que intervienen en los problemas son las edades.

Solo debemos tener en cuenta que cada año la edad aumenta en uno, por lo que en el presente tenemos más años que en el pasado y menos años que en el futuro.

Resolviendo: (Problema introductorio)

Elaboramos un cuadro con los datos:

	Actual	En 10 años
Padre	$3x$	$3x + 10$
Carlitos	x	$x + 10$

Dentro de 10 años la edad del padre es el doble de la del hijo:

$$3x + 10 = 2(x + 10)$$
$$3x + 10 = 2x + 20$$
$$x = 10$$

$\therefore$ Carlitos tiene 10 años, su papá, 30; le lleva por 20 años.

Cuando el problema está referido a la edad de una sola persona podemos utilizar este esquema.

Tengamos siempre en cuenta que el paso del el tiempo es igual para todas las personas, por lo que la diferencia de edades siempre se mantiene. Observa el cuadro:

	Hace 7 años	Hace 2 años	Actual	Dentro de 3 años	Dentro de 10 años
Padre	28	33	35	38	45
Hijo(a)	4	9	11	14	21
Diferencia	24	24	24	24	24

Ten en cuenta

- **El tiempo pasado** se expresa en términos como: Tenía, tenías, teníamos, hace, cuando tuvo, etc.
- **El tiempo presente** se expresa en términos como: Tengo, tienes, tenemos, mi edad, él tiene.
- **El tiempo futuro** se expresa en términos como: Tendré, tengas, dentro de, él tendrá, etc.

La edad de una persona en un determinado año se obtiene restando este año menos el año de nacimiento.

Por ejemplo, Úrsula nació en 1980, su edad en 2021 es:

2021 – 1980 = 41 años.

Cuando el problema está referido a edades de varias personas, es recomendable un cuadro como el siguiente:

	Pasado	Presente	Futuro
Profesor	25	32	40
Alumno	4	11	19

Cuando se tienen las edades de dos sujetos en un cuadro, la suma en "aspa" de los valores simétricos siempre es la misma.

Se cumple: $25 + 11 = 4 + 32$ y $32 + 19 = 11 + 40$.

Ejemplo 1

La diferencia de las edades de Roger y Pierre es 10 años. Si la suma de sus edades es 52 años, ¿cuál es la edad del mayor?

Resolviendo:

- Como la diferencia de edades es 10, Roger tiene 10 años más que Pierre.

  Pierre: x Roger: $x + 10$

- Suma de edades 52: $x + x + 10 = 52$

$$2x = 52 - 10$$
$$2x = 42$$
$$x = 21$$

$\therefore$ El mayor, Roger, tiene $21 + 10 =$ 31 años

Ejemplo 2

La edad de Pamela es el cuádruple de la de Angie. Si hace 4 años era el quíntuplo, ¿cuál es la suma de sus edades?

Resolviendo:

	Hace 4 años	Actual
Edad de Pamela	$4x - 4$	$4x$
Edad de Angie	$x - 4$	x

Se cumple: $4x - 4 = 5(x - 4)$

$$4x - 4 = 5x - 20$$
$$20 - 4 = 5x - 4x$$
$$16 = x$$

$\therefore$ La suma es: $4x + x = 5x = 5 \cdot 16 =$ 80

Razonamiento Matemático

Nivel básico

1 Tengo 12 años. ¿Qué edad tenía hace 5 años y dentro de cuántos años tendré el doble de la edad que tengo?

2 Hace 12 años Alfonso tenía 3 años. ¿Dentro de cuántos años tendrá 18 años?

3 Dentro de 8 años tendré 20. ¿Hace cuántos años tenía la mitad de la edad que tengo?

4 Tengo 10 años y mi hermana, 12. ¿Dentro de cuántos años nuestras edades sumarán 32 años?

5 Hace 4 años, Alonso tenía 8 años y Mabel, 6. ¿Dentro de cuántos años sus edades sumarán 40 años?

Nivel intermedio

6 Julio tuvo su primer hijo a los 18 años. Si actualmente su edad es el doble de la de su hijo, ¿cuál es la suma de sus edades?

7 Ana tiene 20 años más que Liz. Si dentro de 15 años la suma de sus edades va a ser 100, **halla** la edad de Liz.

8 La edad de Aurora es el triple de la edad de Elías. Si hace 10 años era el cuádruplo, ¿cuál es la suma de sus edades en la actualidad?

9 Se sabe que Juan es 28 años mayor que Pedro. Si hace 8 años Juan tenía 3 veces la edad de Pedro, ¿qué edad tiene actualmente?

10 Guillermo tuvo en 1995 la mitad de años de los que tuvo en 2005. ¿Cuántos años tendrá en 2030?

Nivel avanzado

11 Se sabe que el triple de la edad de un profesor aumentado en 8 años es igual al exceso de 5 veces su edad sobre 92. ¿Cuál es su edad?

12 Las edades actuales de Miguel y David están en la relación de 7 a 5. Hace 10 años estaban en la relación de 3 a 2. **Halla** la edad de David.

13 La suma de las edades de Juan y Pedro es 48. Si Juan le dice a María: "Cuando tú naciste yo tenía 4 años y cuando Pedro nació tú tenías 2 años, ¿cuál es la edad de María?

14 Yo tengo el doble de tu edad, y él tiene el triple de la mía. Si dentro de 6 años, él va a tener el cuádruplo de la edad que tú vas a tener, ¿dentro de cuántos años tendré 26 años?

Tarea

1 Si el doble de mi edad es el triple de la edad que tenía hace 8 años, ¿cuál es mi edad?

2 La edad que tendré dentro de 13 años será el cuádruplo de la que tuve hace 5 años. ¿Cuál es la suma de cifras de mi edad?

3 Dado el siguiente cuadro, **halla** las edades actuales de Ana y Betty.

	Actual	Futuro
Ana	4x	5x + 12
Betty	3x	2x +30

4 La edad de Noemí es el triple de la edad de Martha pero hace 10 años la suma de sus edades era 20. ¿Cuántos años tiene actualmente Martha?

Problemas de fracciones I

Problemas básicos y de reducción a la unidad

Operaciones con fracciones

Llegó el supervisor de la obra. Luego de evaluar el avance, se dirigió al ingeniero residente y le dijo que el trabajo estaba atrasado 10 días, que faltaba la cuarta parte cuando debería faltar solo la quinta parte.

VIDEO DE TEORÍA

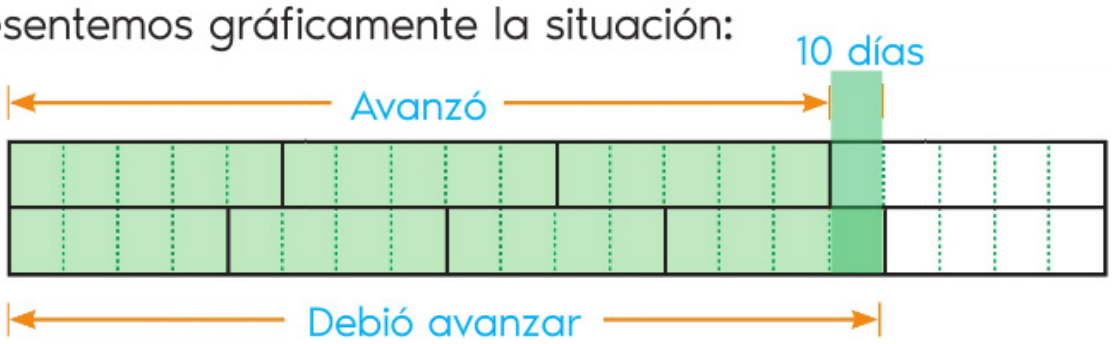
Responde:

¿Para cuántos días estaba programada la obra? _____

Una fracción es una o varias partes de la unidad. En este capítulo, vamos a resolver diversos problemas donde intervienen fracciones.

Resolviendo: (Problema introductorio)

Representemos gráficamente la situación:



Avanzó	Debió avanzar	Diferencia
$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \frac{16 - 15}{20} = \frac{1}{20}$

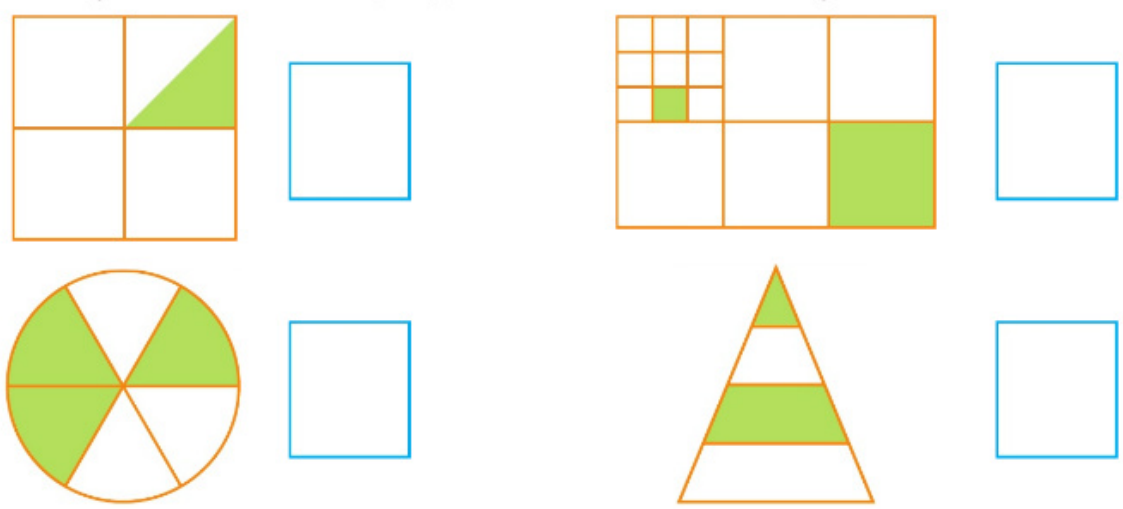
Si la obra estuviera dividida en 20 partes iguales, a una de las partes le correspondería 10 días, y a las 20 partes, 20×10 = 200 días.

∴ La obra estaba proyectada para 200 días.

Representación gráfica de fracciones

Ejemplo 1

En estas figuras, **indica** qué parte de toda la región está sombreada:



Ten en cuenta

Si un obrero hace una obra en "*n*" días, entonces en un día avanza 1/*n* de la obra.

Completa el cuadro:

Toda la obra lo hace en	Un día hace
6 días	
8 días	
9 días	
12 días	
	1/5
	1/7
	1/10
	1/15

Un caño llena un tanque en "h" horas, entonces en 1 hora llena 1/h.

Completa el cuadro:

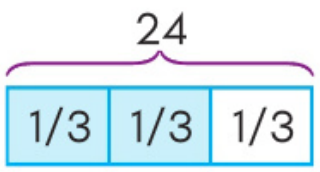
Todo el tanque lo llena en	En una hora llena
7 h	
10 h	
11 h	
15 h	
	1/3
	1/5
	1/10

Problemas básicos de fracciones

Ejemplo 2

¿Cuánto es los $\frac{2}{3}$ de 24?

Resolviendo:



$\frac{1}{3}$ de 24 es $24 \div 3 = 8$

Entonces $\frac{2}{3}$ es $2 \times 8 = \boxed{16}$

Método práctico: $\frac{2}{3}$ de $24 = \frac{2}{3} \times 24 = \boxed{16}$

Ejemplo 3

¿Qué fracción de 40 es 15?

Resolviendo:

En términos fraccionarios, el total es la unidad. Por regla de tres:

$40 \rightarrow 1$

$15 \rightarrow x$

$$x = \frac{1 \times \overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{8}{\cancel{40}}} = \boxed{\frac{3}{8}}$$

Método práctico: $\frac{\text{Parte}}{\text{Todo}} = \frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{8}{\cancel{40}}} = \boxed{\frac{3}{8}}$

Ejemplo 4

¿Los $\frac{3}{5}$ de cuánto es 12?

Resolviendo:

Por regla de tres:

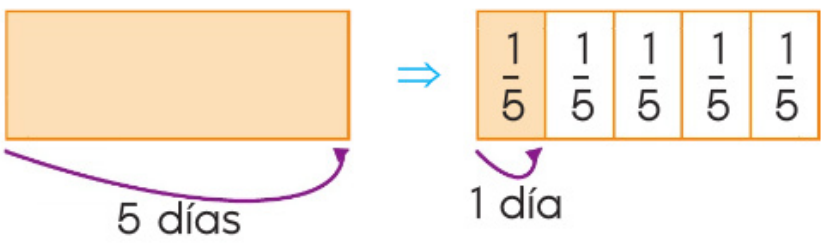
$12 \rightarrow \frac{3}{5}$

$x \rightarrow 1$

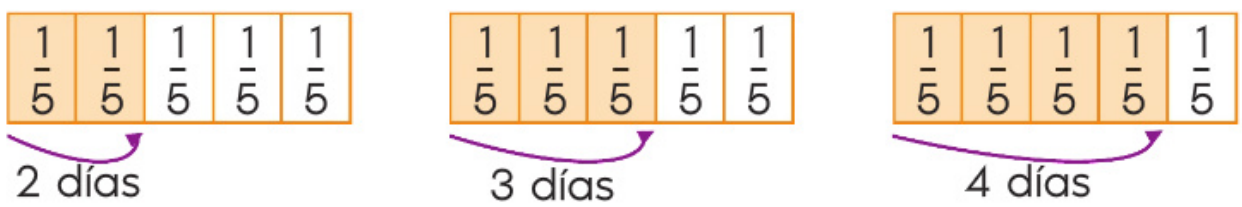
$$x = 1 \times 12 \div \frac{3}{5} = \overset{4}{\cancel{12}} \times \frac{5}{\underset{1}{\cancel{3}}} \Rightarrow x = \boxed{20}$$

Reducción a la unidad

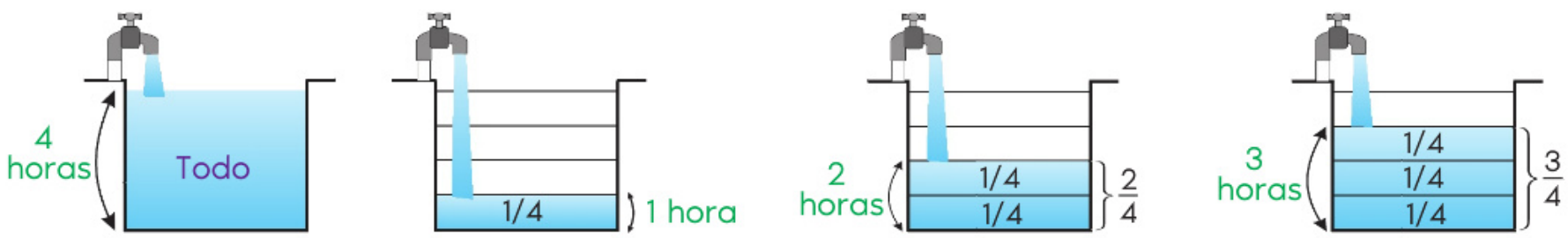
- Un albañil tarda 5 días en tarrajear una pared, entonces en un día avanza la quinta parte (1/5).



En dos días avanza los 2/5,
en tres días, los 3/5,
en cuatro días, los 4/5.



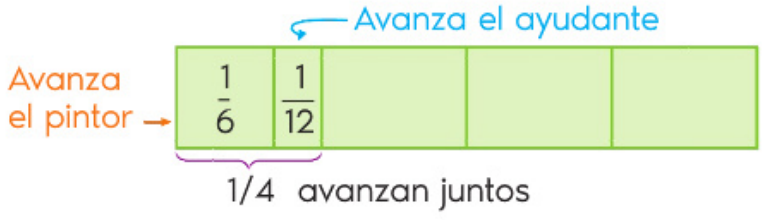
- Un caño llena un tanque en 4 horas, entonces en 1 hora llena la cuarta parte (1/4), en 2 horas 2/4, en 3 horas las 3/4.



- Un pintor tarda 6 días en pintar una pared. Su ayudante tardaría 12 días en pintar una pared igual.

El pintor avanza 1/6 en 1 día y el ayudante, 1/12.

Trabajando juntos avanzan en 1 día: $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{2+1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$



∴ Si los dos avanzan 1/4 en 1 día, todo lo terminan en 4 días.

Ejemplo 5

Isabel puede tipear un libro en 30 días y Verónica, en 20 días. Si trabajaran juntas,¿en cuántos días tipearían todo el libro?

Resolviendo:

Isabel en 1 día tipea: $\frac{1}{30}$

Verónica en 1 día tipea: $\frac{1}{20}$

Las dos juntas en un día tipean:

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{20} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$$

$\therefore$ Todo el libro lo tipean en 12 días.

Ejemplo 6

Si los obreros A, B y C trabajan solos, demoran 4, 6 y 12 días, respectivamente. ¿Qué tiempo demoran si trabajan los tres juntos?

Resolviendo:

Los tres en 1 día hacen:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3 + 2 + 1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$\therefore$ Los tres completan en 2 días.

Nivel básico

1 En una obra programada para 60 días, avanzaron los 3/5 de la obra. Si la obra se está ejecutando de acuerdo a lo programado, ¿cuántos días llevan trabajando?

2 Un barco de 600 toneladas de capacidad ha sido cargado con 300 toneladas de concentrado de cobre. ¿Qué parte de su capacidad está cargada?

3 Un premio en efectivo fue repartido entre dos ganadores. A Jesús le correspondió los 3/5 del premio, por lo que recibió 90 soles. ¿Qué monto fue repartido?

4 Un maestro puede pintar un chalet en 21 días y su ayudante en 28 días. ¿En qué tiempo lo pintan trabajando juntos?

5 Un caño llena una pisicna en 10 horas y otro lo desagua en 15 horas. Si se abren ambos caños, ¿en qué tiempo se llena la piscina?

8 Danny puede construir una vitrina en 30 días, mientras que Carlos lo puede hacer en 20 días. ¿En qué tiempo construirían dos vitrinas trabajando juntos?

Nivel intermedio

6 Un televisor que me costó 400 soles lo vendí en 480 soles. ¿Qué parte del costo representa mi ganancia?

9 De los 500 soles que tenía, Franco perdió los 2/25 en una apuesta y con 3/10 compró una casaca. ¿Cuánto le queda?

7 Lorenzo desea embotellar 90 litros de leche en envases de 3/5 de litro. ¿Cuántos envases necesita?

10 Un caño llena un estanque en 4 horas y otro lo desagua en 6 horas. ¿En cuánto tiempo se llenará el estanque si la llave del desagüe empieza a funcionar dos horas después de abrirse el de llenado?

Nivel avanzado

11 Angélica fue de compras con 600 soles. Con la octava parte compró una blusa, con la sexta parte, una chompa, con la décima parte helados y con la 12 ava parte, unos aretes. ¿Cuánto le queda?

12 El grifo A llena un estanque en 6 horas y el grifo B lo desagua en 9 horas. El grifo A funciona durante dos horas y luego se abre el grifo B, funcionando simultáneamente ambos. ¿En qué tiempo desde el momento de abrirse el grifo B se llenará el estanque?

13 Un caño llena un estanque en 12 horas y una llave lo desagua en 15 horas. ¿En cuántas horas se llenarán los 2/3 del estanque si ambas llaves empiezan a funcionar al mismo tiempo?

14 A y B pueden hacer una obra en 3 días. B y C, en 4 días, A y C, en 5 días. ¿En cuántos días pueden hacer la obra los tres juntos?

Tarea

1 Carmen compró una refrigeradora en 800 soles y la vendió ganando los 3/16 del costo. ¿En cuánto lo vendió?

2 David tiene 300 soles e Isaac, 400 soles. Para comprar una pelota, David puso 1/6 de lo que tenía e Isaac, los 3/8 de los suyo. ¿Cuál es el precio de la pelota?

3 Tres obreros A, B y C, trabajando independientemente, pueden cavar una misma zanja en 4, 6 y 12 días, respectivamente. ¿Qué tiempo demorarán si trabajan juntos?

4 Un grifo puede llenar una piscina en 12 horas y un sistema de desagüe lo puede vaciar en 24 horas. Si se abren todas las llaves, ¿en cuánto tiempo llenarán la mitad del tanque?

Problemas de fracciones II

Fracciones complementarias y fracción de fracción

Operaciones con fracciones

Alcides, un criador de caballos de paso, dejó como herencia una docena de ejemplares a sus tres hijos, asignándole la mitad al primero, un tercio al segundo y la cuarta parte al último.

A la hora de la distribución faltó un ejemplar para el tercero.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cómo se explica la falta de un ejemplar?

Dos fracciones son complementarias cuando suman la unidad. La estrategia de su aplicación consiste en, dada una fracción, usar su complemento.

Una fracción se puede aplicar sobre otra fracción, por lo que es importante identificar la cantidad sobre la que se aplica la fracción.

Resolviendo: (Problema introductorio)

- Primero: $\frac{1}{2}$ de $12 = \frac{1}{\cancel{2}_{1}} \times \cancel{12}^{6} = 6$
- Segundo: $\frac{1}{3}$ de $12 = \frac{1}{\cancel{3}_{1}} \times \cancel{12}^{4} = 4$

En los dos primeros van 10 y solo queda 2 para el tercero.

- Tercero: $\frac{1}{4}$ de $12 = \frac{1}{\cancel{4}_{1}} \times \cancel{12}^{3} = 3$

Total: 13

Se debe a que: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6+4+3}{12} = \frac{13}{12} > 1$ (Más del total)

Fracciones complementarias

Ejemplo 1

Isabel compró un regalo para su hija con los 2/7 de su ahorro y le quedaron 400 soles. ¿Cuánto le costó el regalo?

Resolviendo:

Al gastar los 2/7 le quedan los 5/7 (complemento):

$$\frac{5}{\cancel{7}} \rightarrow 400$$
$$\frac{2}{\cancel{7}} \rightarrow x$$
$$\Rightarrow x = \frac{2 \times 40\cancel{0}^{2}}{\cancel{5}_{1}} = 160$$

Ten en cuenta

Complemento de una fracción

Es lo que le falta para ser la unidad.

Fracción	Complemento
$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{3}{8}$	
$\frac{7}{12}$	
$\frac{4}{9}$	
$\frac{6}{13}$	
$\frac{2}{15}$	
$\frac{6}{16}$	
$\frac{8}{19}$	
$\frac{3}{20}$	
$\frac{a}{b}$	$\frac{b-a}{b}$

Razonamiento Matemático

GENIOMATIC

Fracción de fracción

Ejemplo 2

Un alumno no contesta los 2/5 de un examen de 100 preguntas y contesta mal las 3/4 del resto. ¿Cuántas preguntas contesta bien?

Resolviendo:

Total 100
- No contesta: $\frac{2}{5}(100) = 40$ (resto = 60)
- Contesta mal: $\frac{3}{4}(60) = 45$ (resto = 15)
- $\Rightarrow$ Contesta bien: 15 preguntas

Otra forma de resolver:

No contesta 2/5 $\rightarrow$ el resto es 3/5

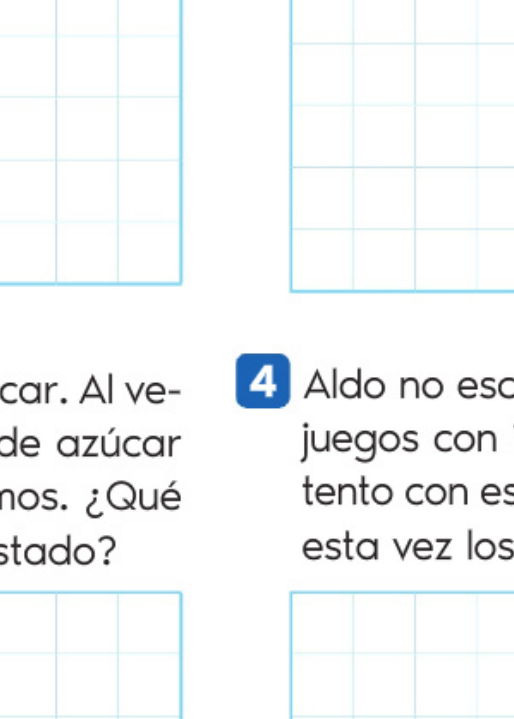
Contesta mal 3/4 $\rightarrow$ el resto es 1/4

$\therefore$ Contesta bien: $\frac{1}{4} \times \frac{3}{5}(100) =$ 15

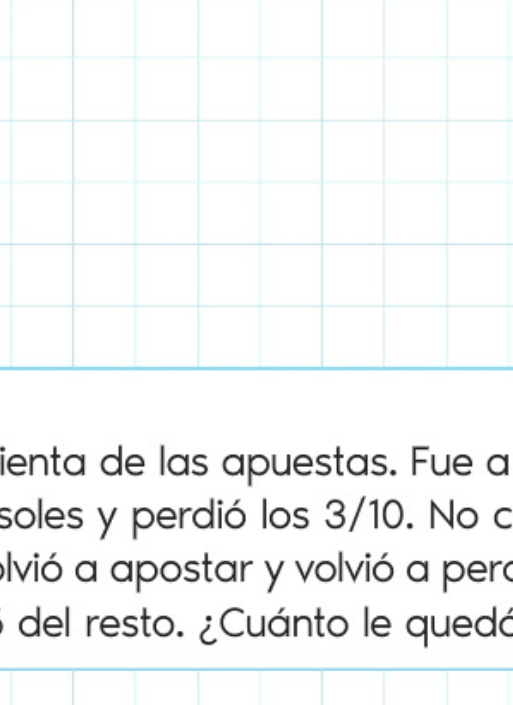
Ejemplo 3

De viernes a domingo, gasto cada día la mitad de lo que tengo más S/.10. ¿Cuánto tenía al principio si al final gasto todo?

Resolviendo:



Aplicando el método del cangrejo



$\therefore$ Tenía T = 140

Nivel básico

1 Debía 2000 soles y pagué los 3/5 de mi deuda. ¿Cuánto me queda por pagar?

2 Alfredo compró 12 kilogramos de azúcar. Al verificar el fin de semana la cantidad de azúcar comprobó que solo había 4 kilogramos. ¿Qué fracción de lo que compró había gastado?

3 Roberto sembró camote en los 2/5 de su terreno de 80 hectáreas y papa en los 2/3 del resto. ¿Cuántas hectáreas le quedan por sembrar?

4 Aldo no escarmienta de las apuestas. Fue a los juegos con 150 soles y perdió los 3/10. No contento con eso volvió a apostar y volvió a perder, esta vez los 3/5 del resto. ¿Cuánto le quedó?

5 Salvador le prestó 15 soles a Jonás. Salvador se quedó con los 2/5 de lo que tenía y Jonás tiene 6/5 de lo que tenía. Entonces:

I. Ambos tenían la misma suma.
II. A Salvador le quedaron 45 soles.
III. Jonás tiene ahora 75 soles.

Es cierto:

Nivel intermedio

6 Un estudiante gasta la mitad de su dinero en pasajes y la sexta parte en comida. ¿Cuánto tenía inicialmente si al final se queda con 10 soles?

7 Una fortuna se reparte entre cuatro hermanos. Si la mitad le corresponde al mayor, la tercera parte del resto al segundo y los 2/7 restantes al tercero, ¿qué fracción de la fortuna le corresponde al menor?

8 Se ha estimado que de mantenerse el costo alto de las entradas al estadio, asistirá poco público, por lo que se ha decidido bajar en 2/9. Así la gente podrá pagar solo 35 soles. ¿En cuánto se había fijado inicialmente el precio de las entradas?

9 Cuando el precio de un televisor se había fijado en 750 soles, se decidió aumentar el precio en 1/5; pero al ver que no tenía acogida se volvió a bajar el nuevo precio en 1/5. ¿A qué precio se ofrece ahora?

10 Alonso se dirige a su casa en su camioneta y, faltando 3/7 del trayecto para llegar a su casa se acuerda de que se había olvidado su celular en la oficina. Por volver por el celular recorrió 40 kilómetros más de lo debido. ¿Cuántos kilómetros separan la oficina y la casa de Alonso?

Nivel avanzado

11 Se divide un tubo en cuatro partes diferentes: la primera es 1/3 del total, la segunda, 1/4 del total, la tercera, 2/7 del total y la cuarta mide 11/14 metros. ¿Cuál es la longitud del tubo?

12 Hipermercados Metro sortea por el Día del Niño cierta cantidad de chocolates. Si 3/4 de ellos lo sortea en la mañana, 2/5 del resto en la tarde y 1/5 del nuevo resto en la noche, quedando aún 6 chocolates, ¿cuántos chocolates se sortearon en la tarde?

13 Nancy gasta la mitad de su dinero en víveres, 2/3 de lo que le queda en alquiler de vivienda y los 4/5 del nuevo resto en cosméticos. Si le queda aún 10 soles, ¿cuánto dinero tenía al principio?

14 Un servicentro vende gasolina de 84 octanos. Cada día vende las dos terceras partes más 150 galones de su stock y al cabo de 3 días vende todo el combustible. ¿Cuántos galones tenía inicialmente?

Tarea

1 De los 48 soles que tengo, gasto la sexta parte y luego los 3/5 del resto. ¿Cuánto me queda?

2 Sandra observa un galpón de gallinas y ve que los 3/7 de los gallos y los 2/9 de las gallinas están enfermos y solo 60 gallos y 70 gallinas están sanos. ¿Qué parte de las referidas aves está enferma?

3 Doña Inés fue de compras al mercado, gastó los 2/3 en verduras y la mitad de lo que le quedó, en carne. ¿Cuánto tenía al inicio si se quedó con 18 soles?

4 De los chocolates que tengo, el viernes consumo la tercera parte más 3 chocolates, el sábado, la tercera parte del resto más 4 chocolates y el domingo la mitad del resto más 3 chocolates. Si al final no me queda nada, ¿cuántos chocolates tenía al empezar el viernes?

Reforzando - Unidad 7

1 Si Carmen tiene 12 años:

I. Dentro de 8 años tendrá 20.

II. Hace 6 años tenía la mitad de la edad que tiene.

III. Dentro de 10 años tendrá el doble de la edad que tenía hace 2 años.

A) Solo I B) Solo II
C) I y II D) I, II y III

2 Cuando Elisa nació, Julio tenía 6 años. Cuando sus edades sumen 24 años, ¿qué edad tendrá Elisa?

A) 9 años B) 10 años
C) 11 años D) 12 años

3 Guzmán tiene 12 años y Diana, 9. ¿Dentro de cuántos años la suma de sus edades será 39 años?

A) 8 años B) 11 años
C) 10 años D) 9 años

4 Hace 8 años, Piero tenía la mitad de la edad que tendrá dentro de 4 años. ¿Qué edad tendrá dentro de 9 años?

A) 28 años B) 29 años
C) 19 años D) 18 años

5 Sara tuvo su primer hijo a la edad de 22 años y tuvo el segundo hijo cuando su edad triplicaba a la del mayor. ¿Qué edad tendrá el hijo mayor cuando el segundo tenga 5 años?

A) 14 años B) 15 años
C) 16 años D) 17 años

6 Las edades de Sandro, Javier y Elena son números pares consecutivos, respectivamente. ¿A qué edad de Javier las edades de Sandro y Elena suman 24 años?

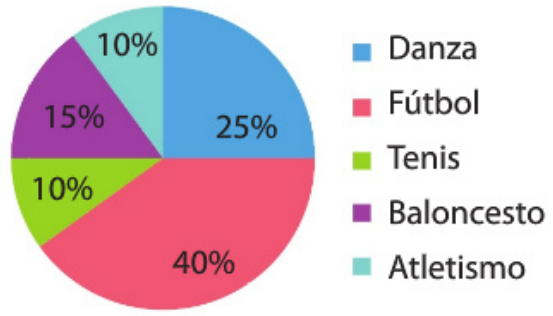
A) 12 años B) 13 años
C) 11 años D) 10 años

Olimpiadas nacionales e internacionales

7 El gráfico muestra los deportes practicados por los alumnos del colegio de Eduardo. Al respecto se puede afirmar que:

I. Los 2/5 de los alumnos practican fútbol.
II. La cuarta parte practica danza.
III. 1/5 practica tenis.

A) Solo I
B) Solo II
C) I y II
D) I, II y III



8 José y Elisa estaban jugando un videojuego y tratando de obtener todo el tesoro. Johnny obtuvo 2/5 del tesoro. Elizabeth obtuvo 3/10 del tesoro.
¿Qué fracción del tesoro obtuvieron juntos José y Elisa?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{4}{7}$

ENUNCIADO

Elizabeth cultiva plantas de palta y estudia el ritmo de su crecimiento. Durante el último monitoreo obtuvo los datos que se muestran en la tabla.

Variedad	Altura(m)
Palta hass	$3\frac{2}{5}$
Palta fuerte	$4\frac{1}{5}$

9 ¿Cuál es la diferencia de alturas, en metros?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{6}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $1\frac{1}{5}$

10 ¿Qué fracción de la altura de la palta fuerte es la altura de la palta hass?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{17}{21}$ C) $\frac{13}{21}$ D) $\frac{13}{17}$

11 ¿Cuánto suman las dos alturas?

A) $7\frac{3}{5}$ B) $5\frac{3}{5}$ C) $8\frac{1}{5}$ D) $7\frac{2}{5}$

12 Analí tiene 9 años, entonces:

I. Hace 6 tenía la tercera parte de la edad que tiene.

II. Dentro de 15 años tendrá el doble de la que tendrá dentro de 2 años.

III. Dentro de 12 años tendrá el triple de la edad que tenía hace 2 años.

Es cierto:

13 Cuando Alina nació, Melania tenía 4 años. ¿Qué edad tendrá Melania cuando las edades de ambas sumen 26 años?

14 Daniela tiene 10 años y Sandra, 7. ¿Dentro de cuántos años la suma de sus edades será 37 años?

15 Hace 5 años, Pilar tenía la mitad de la edad que tendrá dentro de 3 años. ¿Qué edad tendrá dentro de 12 años?

16 Alexandra tuvo su primer hijo a la edad de 24 años y el segundo hijo nació cuando el mayor tenía 5 años. ¿A qué edad del menor, la suma de las edades de los tres es 67 años?

17 Las edades de Pedro, del papá y de la mamá de Pedro suman 70 años. El papá le lleva por 4 años a la mamá, y Pedro nació cuando el papá tenía 28 años. ¿Qué edad tiene Pedro?

18 En una caravana de 45 camiones, los 5/9 llevan fruta y el resto, concentrado de cobre. Si cada camión que lleva concentrado carga 24 toneladas, ¿cuántas toneladas van en los camiones?

19 Milagros quiere comprar una corbata para regalar a su tío, pero le faltan 35 soles. ¿Cuánto cuesta la corbata si lo que tiene Milagros cubre solo 2/7 del precio de la corbata?

20 Sebastián desea envasar 50 litros de aceite en envases de 4/5 litros. ¿Cuántos envases va a necesitar?

21 Para que se acabe el día, solo faltan 6 horas. ¿Qué fracción del día ha transcurrido?

22 Si gasto los 3/5 del dinero que tengo y los 5/8 del resto, ¿qué fracción de lo que tenía me queda?

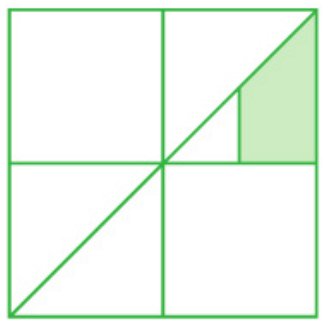
23 El precio de un artículo se ha fijado en 100 soles. Al incrementar la demanda se aumentó el precio en 1/10,lo que hizo que bajara abruptamente la demanda, por lo que se tuvo que disminuir en 1/10 el nuevo precio. ¿Cuál es el precio en el que se ofrece ahora?

24 Manuel y Betty están separados 80 metros y empiezan a acercarse simultáneamente. Cuando Manuel caminó los 3/8 del recorrido y Betty, los 3/10, se detuvieron. ¿Qué distancia los separa en este momento?

25 Camila se ha propuesto practicar matemáticas 4/5 de hora diariamente. Si el día de hoy lleva practicando 2/3 de hora, ¿qué fracción del tiempo que se ha propuesto de falta practicar?

26 En Jauja, la temperatura del ambiente es de 12 grados a las 10 de la mañana. Hasta el mediodía aumentó en sus en 5/6 y hasta la noche esta temperatura bajó en sus 6/11. ¿Qué temperatura se registra en la noche?

27 ¿Qué fracción de la figura está sombreada?



Autoevaluación

1 Víctor tiene 10 años, entonces:

I. Dentro de 6 años tendrá 18 años.

II. Hace 5 años tenía la mitad de la edad que tiene.

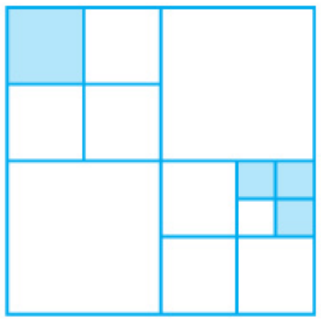
III. Dentro de 20 años tendrá el triple de la edad que tenía hace 2 años.

Es cierto:

2 Hace 7 años, Andrea tenía la mitad de la edad que tendrá dentro de 5 años. ¿Qué edad tenía hace 8 años?

3 Luzmila quiere comprar una cocina para regalar a su mamá, pero le faltan 90 soles. ¿Cuánto cuesta la cocina si lo que tiene Luzmila cubre solo los 5/8 del precio de la cocina?

4 ¿Qué fracción del gráfico está sombreado?



5 Efraín se ha propuesto practicar matemáticas 3/4 de hora diariamente. Si el día de hoy lleva practicando 1/4 de hora, ¿qué fracción del tiempo que se ha propuesto le falta practicar?

6 Raquel apostó en un juego los 3/10 de su dinero y perdió. Volvió apostar los 4/7 del resto y volvió a perder, quedándole solo 168 soles. ¿Con cuánto empezó a jugar?

Potenciación y resolución de ecuaciones

Operadores matemáticos

Arturo ha desarrollado un aplicativo denominado R. Este App consiste en calcular el resto de una división, para lo cual se le tiene que proporcionar el dividendo y el divisor. Por ejemplo, si se pulsa 23R5 (resto de dividir de 23 entre 5), entonces 23R5 = 3.

Andrés utiliza el App para escribir el número 500 en base 7.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Cómo se escribe 500 en base 7? _____

Un operador matemático es un símbolo que se utiliza para representar una operación matemática.

Por ejemplo, el símbolo + se utiliza para representar la adición, de modo que al escribir 4 + 5, estamos diciendo "súmese 4 con 5" y aplicando la regla de la adición obtenemos el resultado 9.

Supongamos que el símbolo * representa una operación definida así:

Operador matemático → $a*b = 2a + b$ ← Regla de definición

Entonces: $5*7 = \underbrace{2\cdot 5}_{10} + 7 = 17$

Resolviendo: (Problema introductorio)

- 500R7 = 3

$$\begin{array}{r|l} 500 & 7 \\ \underline{49} & 71 \\ 10 & \\ \underline{7} & \\ (3) & \end{array}$$

- 71R7 = 1

$$\begin{array}{r|l} 71 & 7 \\ \underline{70} & 10 \\ (1) & \end{array}$$

- 10R7 = 3

$$\begin{array}{r|l} 10 & 7 \\ \underline{7} & 10 \\ (3) & \end{array}$$

∴ El número 500 se escribe en base 7 como $313_{(7)}$

Ejemplo 1

Se define: $\triangle a = 3a - 2$. **Halla** $\triangle 4$ y $\triangle 6$.

Resolviendo:

Para hallar el resultado "se triplica el número que está dentro del triángulo y al resultado se disminuye en 2.

$\triangle 4 = 3(4) - 2 = 10$ $\triangle 6 = 3(6) - 2 = 16$

Ten en cuenta

Operadores matemáticos

Los operadores conocidos son:

(+)	adición
(-)	sustracción
(x)	multiplicación
(÷)	división
($\sqrt{\ }$)	radicación
($\sum$)	sumatoria

Pero también podemos utilizar otros operadores, como los siguientes:

#	grilla o michi
$\triangle$	triángulo
$\square$	cuadrado
$\int$	integral
$\bigcirc$	círculo
$\square$	rectángulo
@	arroba

Ejemplo 2

Sea la operación: $a \# b = a^2 - b$.
Halla $3 \# 1$ y $5 \# 2$:

Resolviendo:

Notamos que al primer elemento (a) se eleva al cuadrado y al resultado se le resta el segundo elemento (b).

$3 \# 1 = 3^2 - 1 = 8$ $\quad$ $5 \# 2 = 5^2 - 2 = 23$

Ejemplo 3

Si $a * b = a^2 - b^2$ y $a \bigcirc b = a^2 + b^2$,

halla $E = (2 * 3) \bigcirc (3 \bigcirc 2)$.

Resolviendo:

$2 * 3 = 2^2 - 3^2 = -5$

$3 \bigcirc 2 = 3^2 - 2^2 = 13$

$E = (-5) \bigcirc (13)$ $\quad$ $\therefore E = (-5)^2 + 13^2 = 194$

Ejemplo 4

Se define: $a \boxtimes b = \begin{cases} a^2 - b \ ; & a > b \\ a \cdot b \ ; & a < b \end{cases}$

Halla $E: (4 \boxtimes 2) \boxtimes (1 \boxtimes 3)$

Resolviendo:

$4 \boxtimes 2 = 4^2 - 2 = 14$

$1 \boxtimes 3 = 1 \cdot 3 = 3$

Nos piden: $E: \underbrace{(4 \boxtimes 2)}_{14} \boxtimes \underbrace{(1 \boxtimes 3)}_{3}$

$\therefore E = 14 \boxtimes 3 = 14^2 - 3 = 193$

Razonamiento Matemático

Nivel básico

1 Se define la operación $a \$ b = 3a - 2b$.

Escribe en cada recuadro, <, > o =, según corresponda.

a) $4\$5 \square 2\$3$ $\quad$ b) $3\$2 \square 4\$1$

c) $3\$4 \square 5\$4$ $\quad$ d) $6\$5 \square 3\$1$

2 Si $\triangle(x) = 4x - 1$, **halla** $\triangle(3) + \triangle(5)$.

3 Se define la operación $a \Delta b = 2a + b$.

Completa la tabla.

Δ	3	4	5
5			

4 Si $a * b = a + 4b$, **calcula** el valor de $(2 * 3) * 1$.

5 **Calcula** el valor de (7☺5)☺4 si:

$m☺n = \frac{m + n}{2}$.

8 **Calcula** el valor de (27 ■ 16) + (18 ■ 36),

si: $3a ■ 4b = \begin{cases} a \cdot b\ ; & a \geq b \\ 2(b + a); & a < b \end{cases}$

Nivel intermedio

6 **Calcula** el valor de (4 * 2) + (9 * 15)

si: $r * s = 2r + s$.

9 Si: $\boxed{x} = 3x - 2$, **halla** $\boxed{\boxed{4} + 4}$.

10 Se definen los siguientes operadores:

$a \bigtriangledown b = 2(a + b)$

$a \odot b = b^2 - a$

Calcula la suma de cifras del resultado de:

$(3 \bigtriangledown 2) \odot (2 \bigtriangledown 3)$.

7 **Calcula** el valor de (5▲9) ▲ (12▲6),

si: $a▲b = \begin{cases} \frac{a + b}{2}\ ; & a > b \\ 2b - a; & a \leq b \end{cases}$

Nivel avanzado

11 Si $\boxed{A-2} = \boxed{A+2}$ y $\boxed{A+1} = 2A+1$,

el valor de $\boxed{3}$ es:

12 Se definen las operaciones

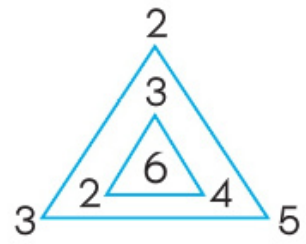
$\boxed{x} = x^2 - 1$ y $\triangle_{x} = x^2 + 2x$

Calcula $\triangle_{5}$.

13 Si:

$$\triangle_{a}^{b}{}_{c}^{\,d} = \begin{cases} a^b + (c+d), \text{ si } a-b > c-d \\ (c+d) + a^b, \text{ si } a-b < c-d \end{cases}$$

halla el valor de:



14 Se define los operadores $\boxed{}$ y $\boxed{}$ de la siguiente forma:

$$a \boxed{} b = \begin{cases} (a+b)^2 \text{ si, } a > b \\ ab \text{ si, } a < b \end{cases}$$

$$a \boxed{} b = \begin{cases} \sqrt[3]{ab} \end{cases}$$

Calcula $(2 \boxed{} 3) \boxed{} (5 \boxed{} 1)$

Razonamiento Matemático

Tarea

1 Si $\boxed{x} = \dfrac{x+5}{2}$, **halla** $\boxed{\boxed{9}}$.

2 Se define $\triangle_{a}^{b}{}_{c} = a \cdot b + c$.

Halla $\triangle_{3}^{4}{}_{5} + \triangle_{3}^{6}{}_{8}$.

3 Se define $a \,@\, b = 3a - 2b$.

Halla $(4 \,@\, 2) \,@\, 3$.

4 Si $a \bigtriangledown b = \begin{cases} a \cdot b \,;\; a > b \\ a^2 - b \,;\; a < b \end{cases}$

halla $(3 \bigtriangledown 2) \bigtriangledown 4$.

Triángulos, cuadriláteros y circunferencias

Perímetros

Alejandro ha comprado un terreno rectangular de 80 metros de largo por 30 metros de ancho.

Quiere asegurarlo con un muro perimétrico de concreto. En cada día puede construir 5 metros de muro.

VIDEO DE TEORÍA

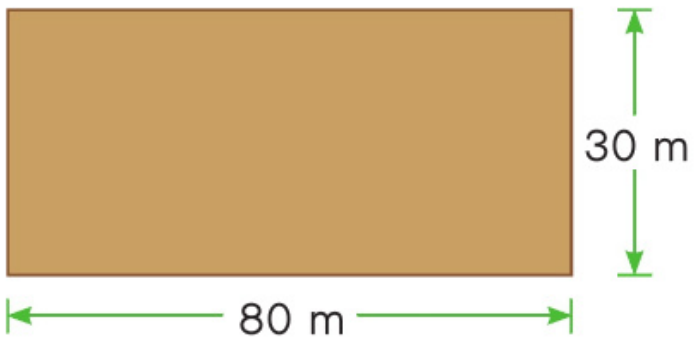
Responde:

¿Cuánto tiempo tardará en cercar todo el terreno? _____

Una región es una superficie limitada por una línea cerrada. La longitud de la línea que limita una región se denomina perímetro.

El perímetro de una región se obtiene midiéndolo con una unidad determinada. Aquí veremos problemas relacionados con el cálculo de perímetros.

Resolviendo:

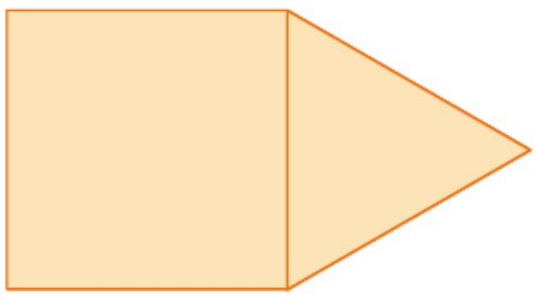


2×80 = 160 m
2×30 = 60 m
Perímetro = 220 m

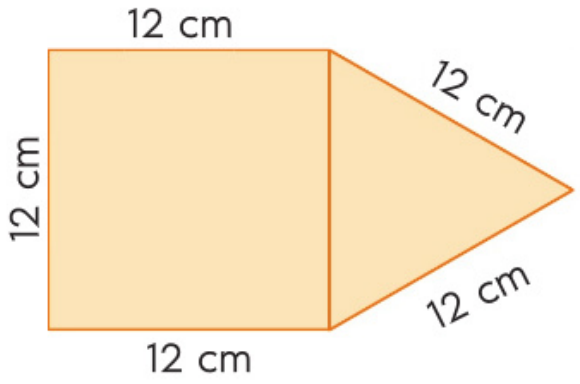
∴ Tardaría en construir el muro: 220÷5 = 44 días

Ejemplo 1

La figura muestra un cuadrado de 12 cm de lado junto a un triángulo equilátero. **Calcula** el perímetro de la figura.



Resolviendo:

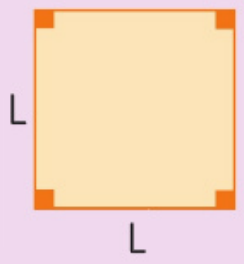


∴ Perímetro:

5×12 = 60 cm

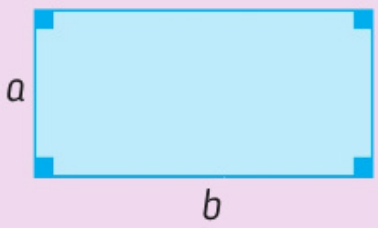
Ten en cuenta

- **Cuadrado:**



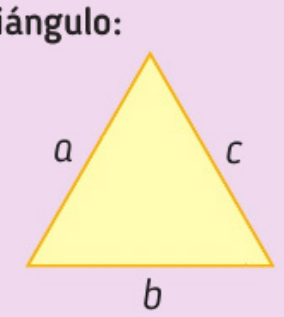
Perímetro = 4L

- **Rectángulo:**



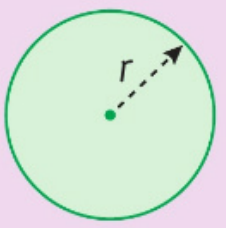
Perímetro = 2(a + b)

- **Triángulo:**



Perímetro = a + b + c

- **Círculo:**

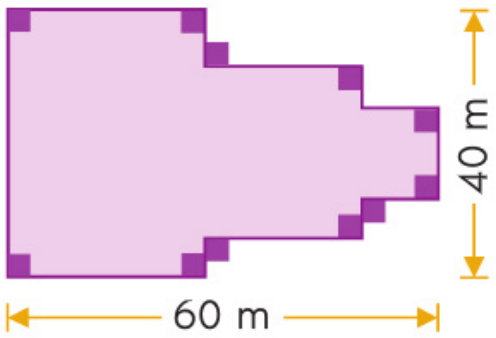


Perímetro = 2πr

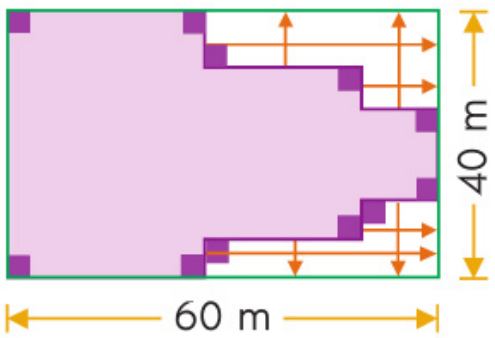
π = 3,14

Ejemplo 2

Halla el perímetro de la figura:



Resolviendo:



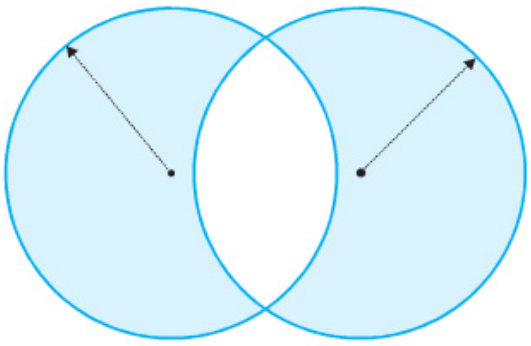
2×60 = 120 m

2×40 = 80 m

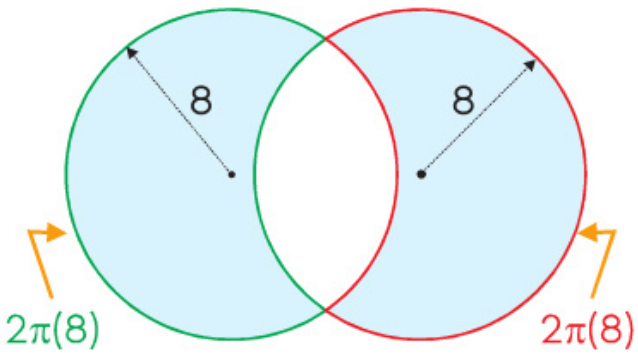
Perímetro = 200 m

Ejemplo 3

Halla el perímetro de la figura, si los círculos son de 8 cm de radio:



Resolviendo:

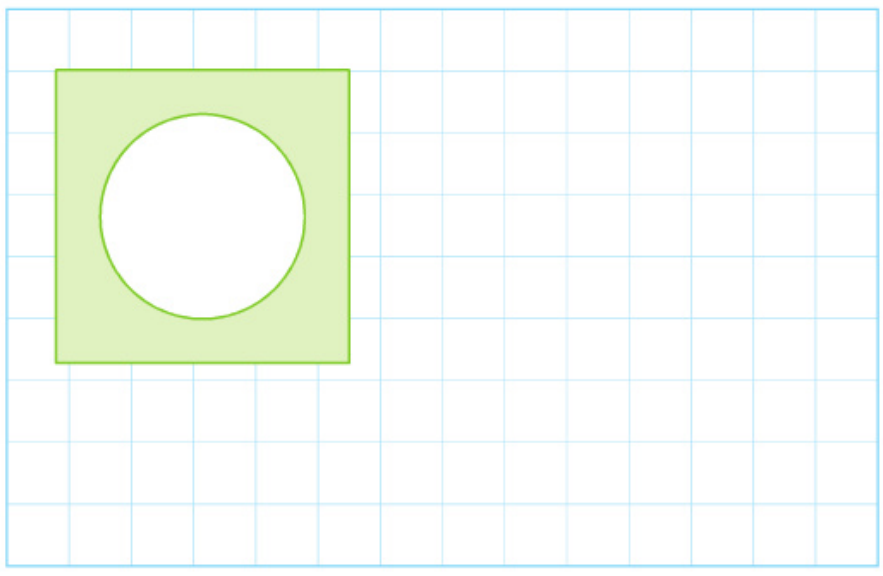


∴ Perímetro = 2[2π(8)] = 32π cm

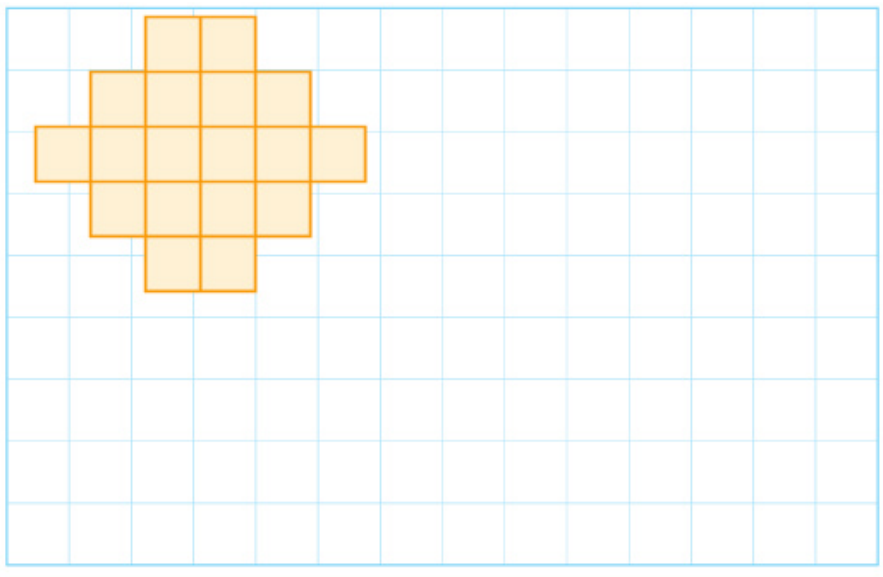
Razonamiento Matemático

Nivel básico

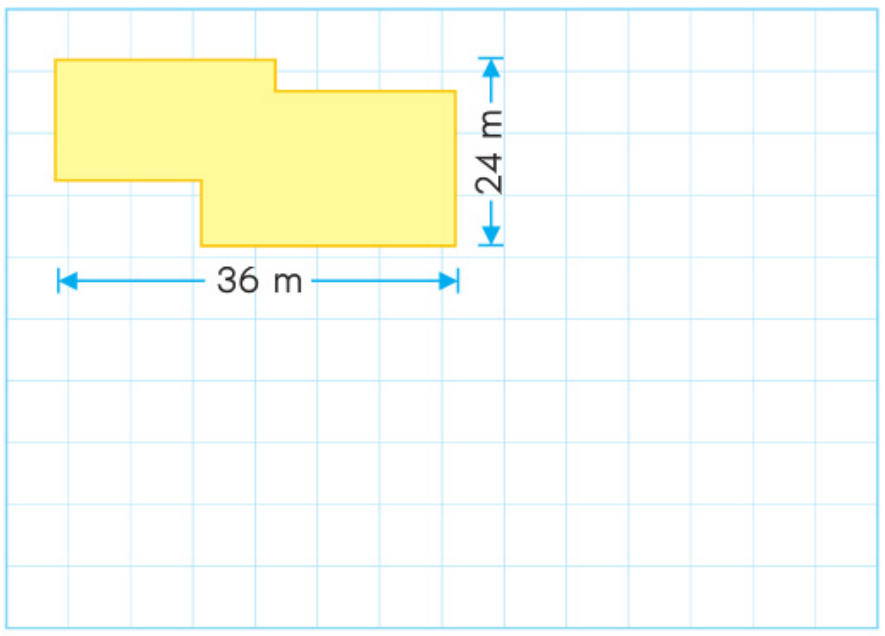
1 **Calcula** el perímetro de la región limitada por un cuadrado de 8 cm de lado y un círculo de 6 cm de diámetro.



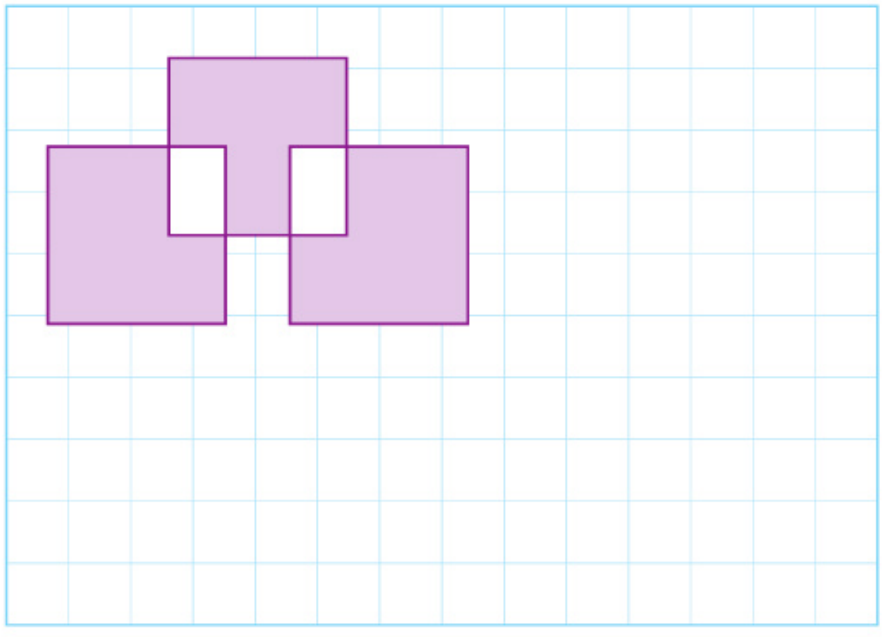
2 Cada cuadrícula tiene 1 cm de lado. **Halla** el perímetro de la figura.



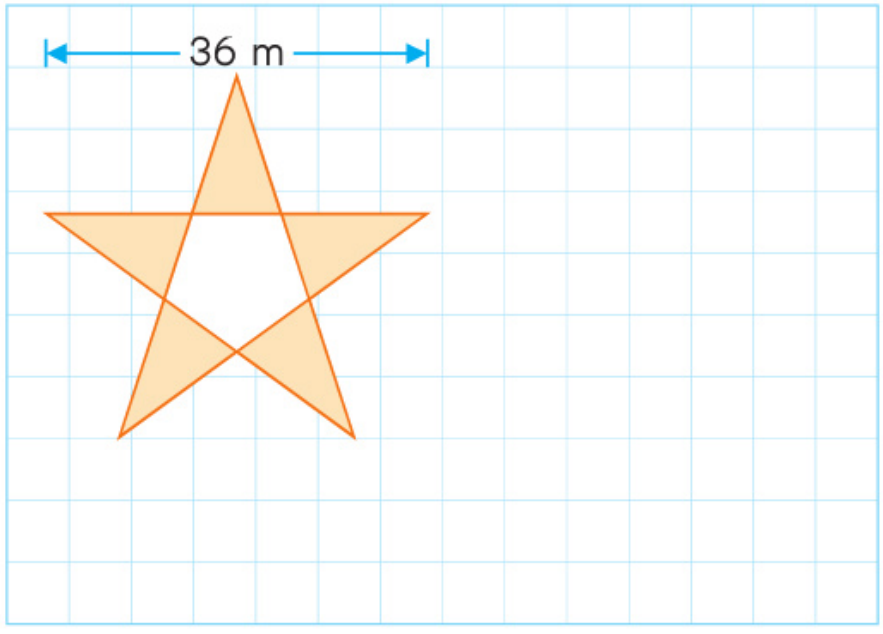
3 **Calcula** el perímetro de la figura:



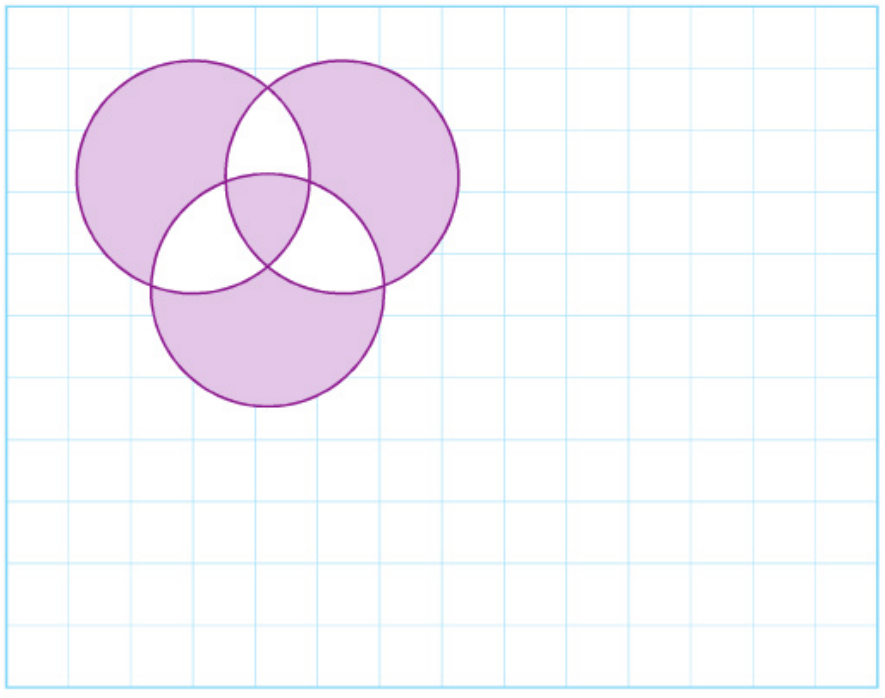
4 Los cuadrados son iguales y de 12 cm de lado. ¿Cuál es el perímetro de la parte coloreada?



5 La figura muestra una estrella simétrica. ¿Cuál es el perímetro de la parte coloreada?

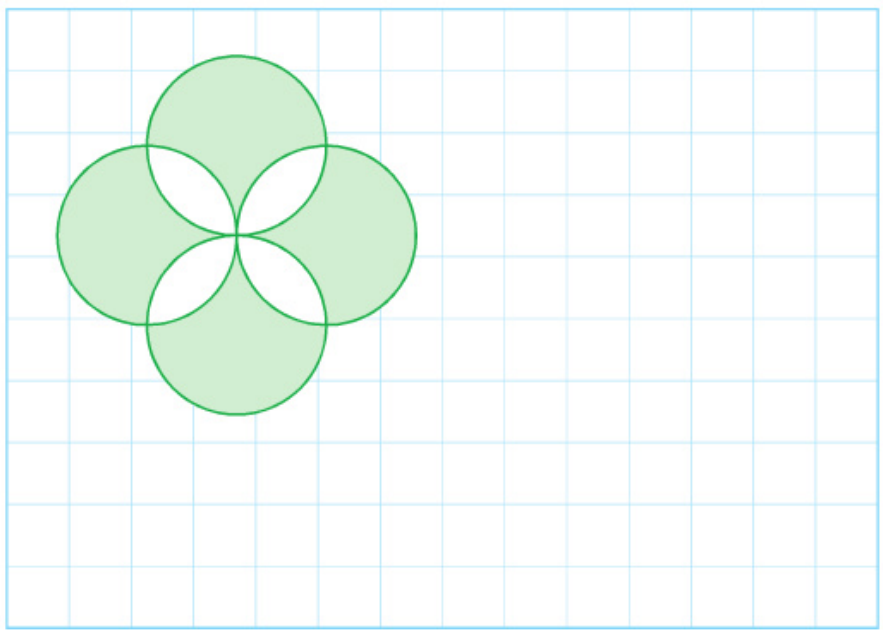


8 Los 3 círculos tienen 12 cm de diámetro cada uno. ¿Cuál es el perímetro de la parte coloreada?

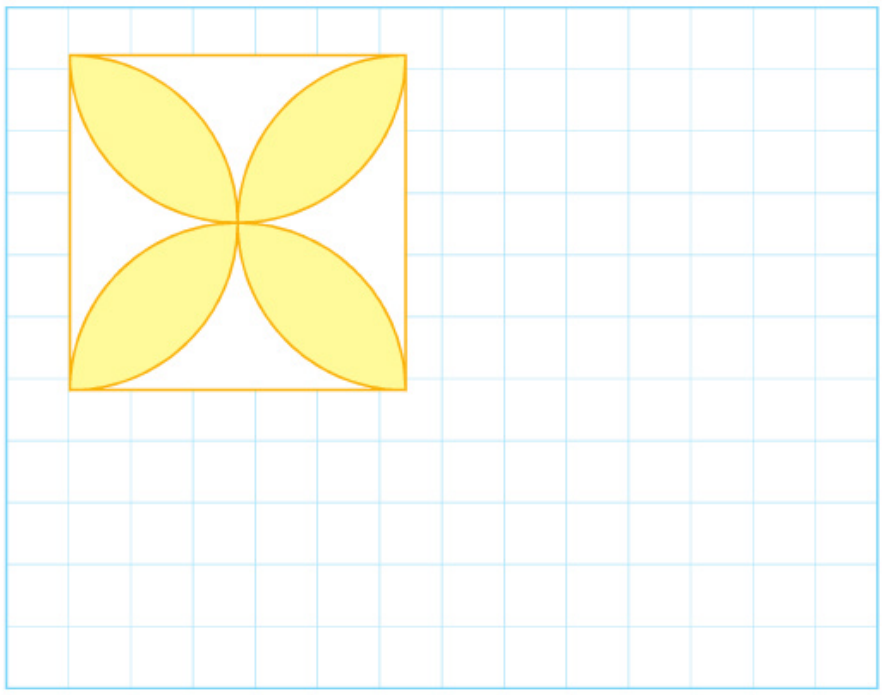


Nivel intermedio

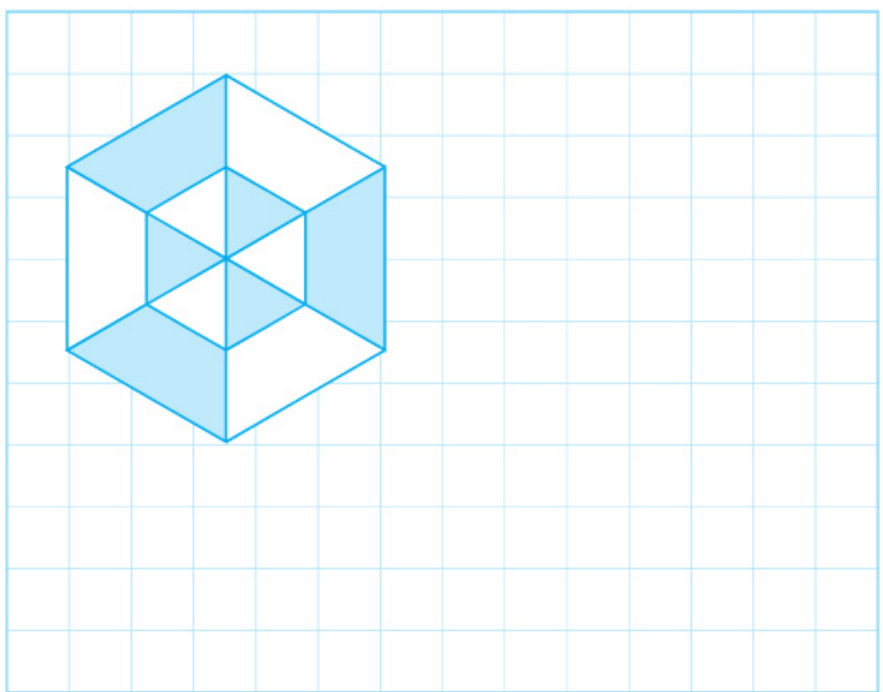
6 Los 4 círculos de la figura son todos de 4 cm de radio. **Calcula** el perímetro de la región coloreada.



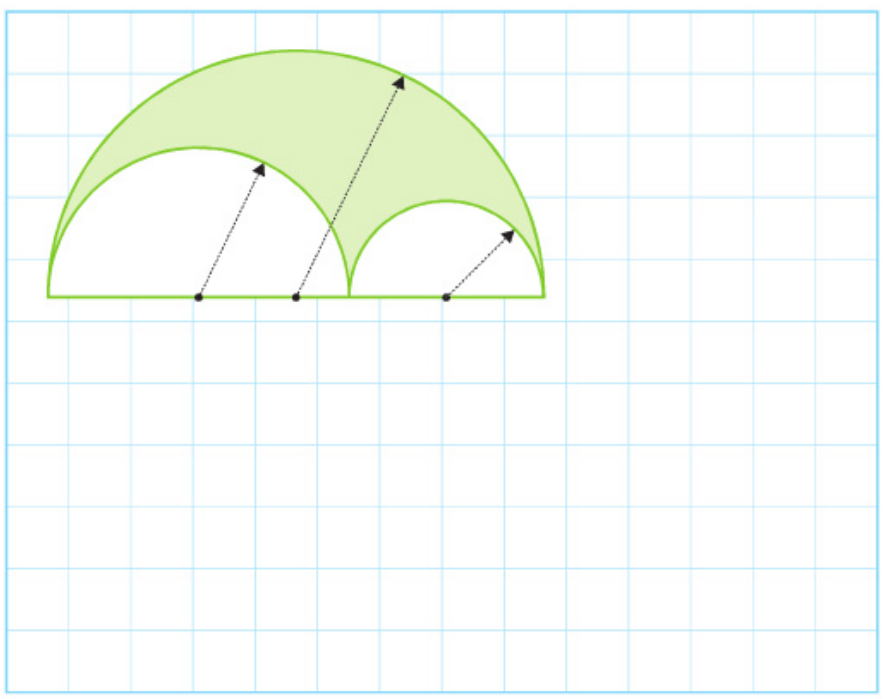
9 El lado del cuadrado mide 14 cm y contiene los centros de los semicírculos. **Calcula** el perímetro de la región coloreada.



7 Los hexágonos concéntricos mayor y menor son regulares, de 6 cm y 3 cm de lado, respectivamente. **Calcula** el perímetro de la región coloreada.

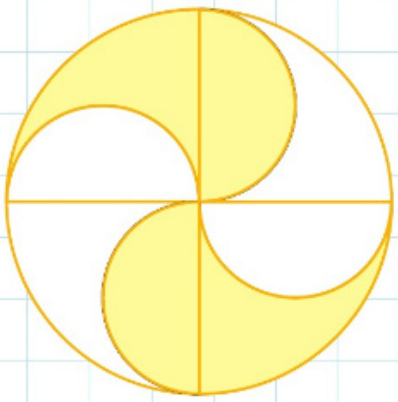


10 El diámetro del semicírculo mayor es 18 cm. **Calcula** el perímetro de la región coloreada.

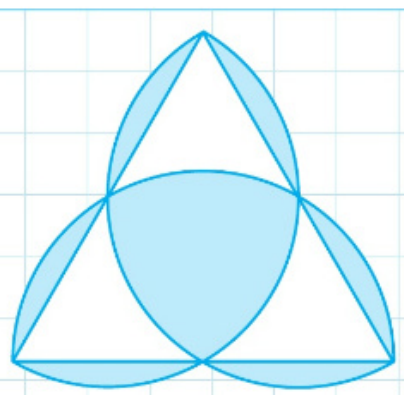


Nivel avanzado

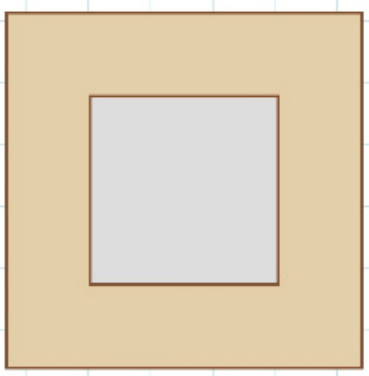
11 El diámetro del círculo mide 16 cm. **Calcula** el perímetro de la región coloreada.



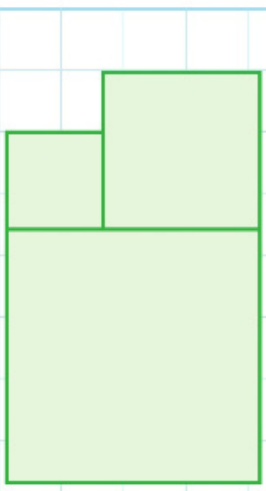
12 El triángulo de la figura es equilátero, de 8 cm de lado, y el punto medio de los lados son los centros de los semicírculos. **Calcula** el perímetro de la región coloreada.



13 La figura muestra un marco cuadrado de 20 cm de lado y 5 cm de ancho. ¿Cuánto mide su perímetro?



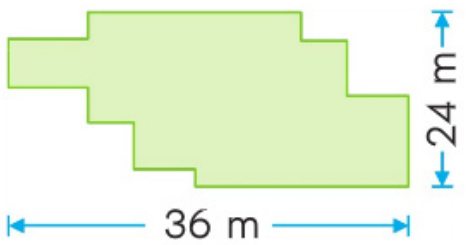
14 La figura muestra tres cuadrados que comparten un lado entre sí. Los lados de los cuadrados menores miden 3 cm y 5 cm. ¿Cuál es el perímetro?



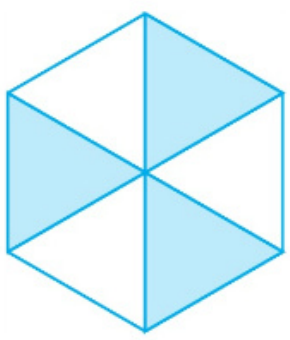
Razonamiento Matemático

Tarea

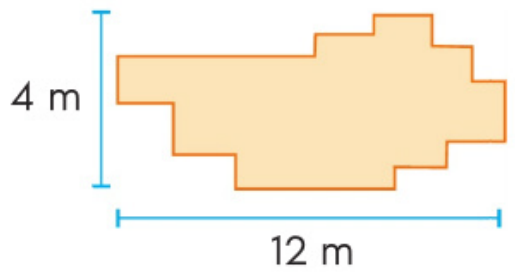
1 **Calcula** el perímetro de la figura.



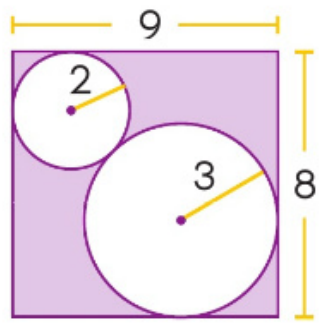
2 El hexágono es regular y de 6 cm de lado. **Calcula** el perímetro de la región sombreada.



3 **Halla** el perímetro de la región sombreada:



4 **Halla** el perímetro de la región sombreada.



GENIO MATIC

Áreas

Triángulos, cuadriláteros y circunferencia

Tomás ha comprado un lote cuadrado de 12 m de lado, ubicado en una esquina.

A Tomás le han ofrecido un terreno rectangular, adyacente a uno de los lados del suyo, de 15 m de frente por 8 m de fondo.

VIDEO DE TEORÍA

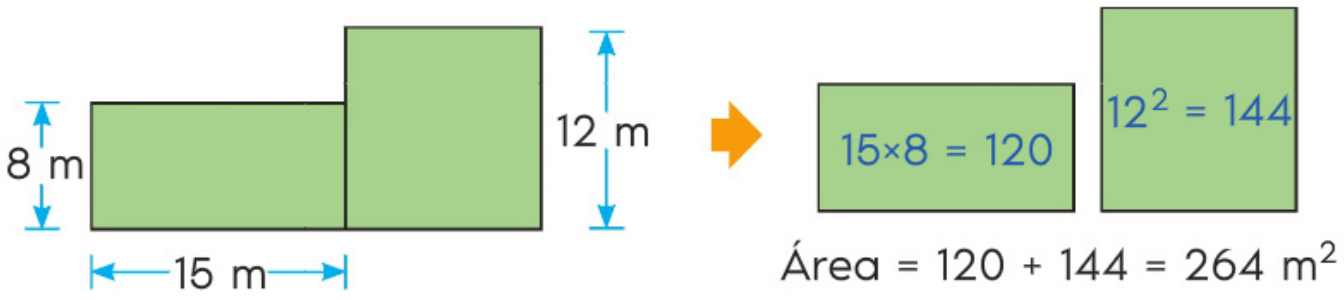
Responde:

Si Tomás compra el lote que le han ofrecido, ¿cuántos metros cuadrados de terreno tendría en total? _____

El área es la medida de la extensión de una región.

Pocas veces se mide el área de una región, generalmente se calcula midiendo sus dimensiones. Cuando una región es compleja se la divide en rectángulos o triángulos.

Resolviendo:

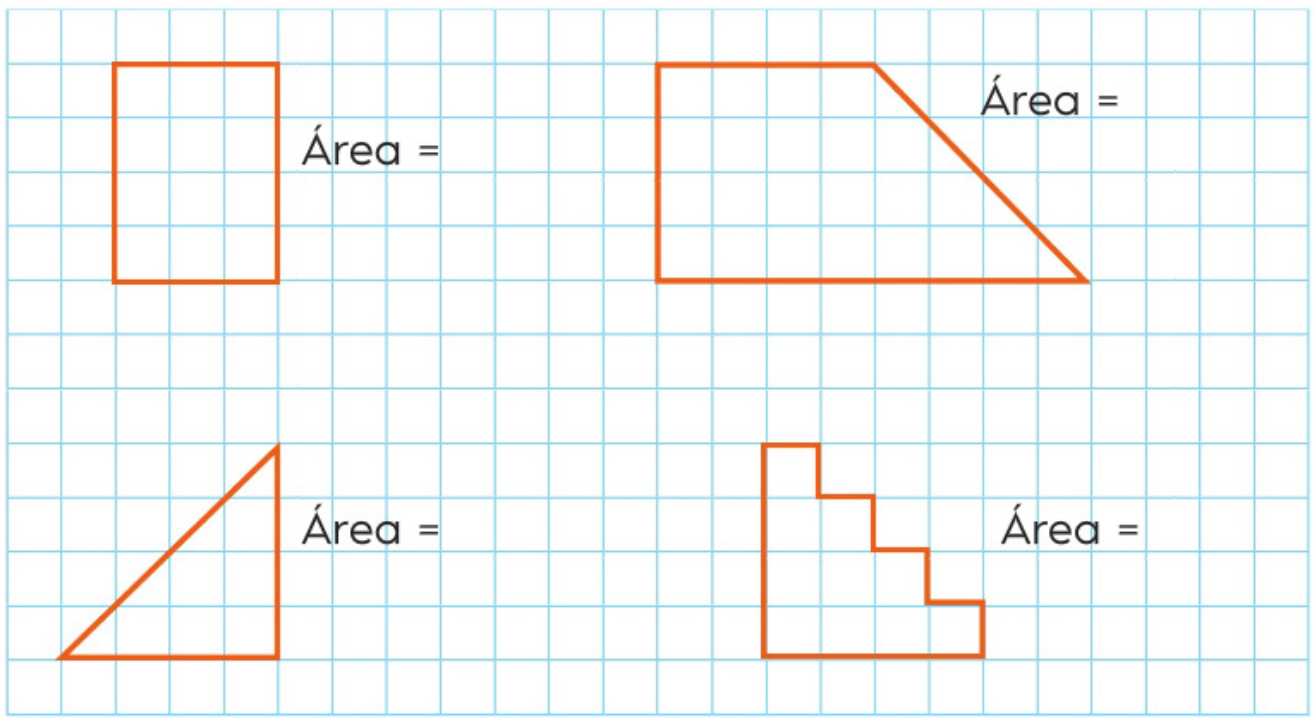


Área = 120 + 144 = 264 m²

∴ Tendría 264 m² de terreno.

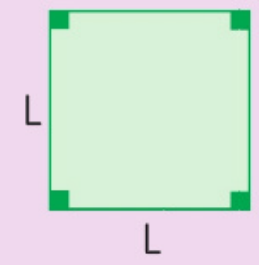
Ejemplo 1

Cada ☐ tiene 1 cm² de área. **Halla** el área de cada figura:



Ten en cuenta

- **Cuadrado:**

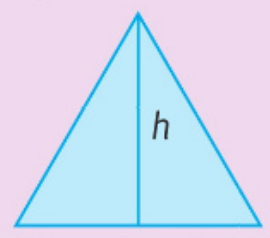


Área = L^2

- **Rectángulo:**

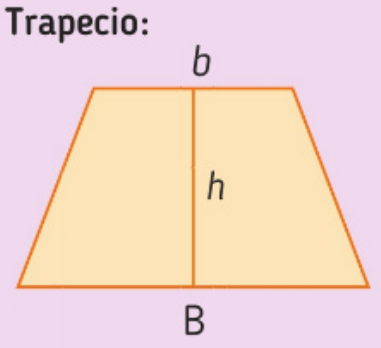
Área = ab

- **Triángulo:**



Área = $\frac{b \cdot H}{2}$

- **Trapecio:**

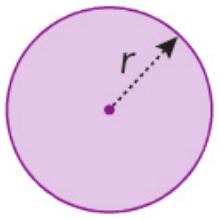


Área = $\left(\frac{B + b}{2}\right) h$

Razonamiento Matemático

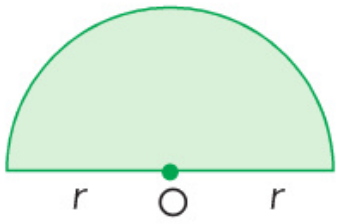
Área del círculo

El área del círculo



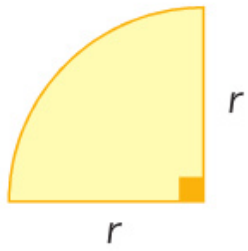
$A = \pi r^2$

El área de un semicírculo



$A = \frac{\pi r^2}{2}$

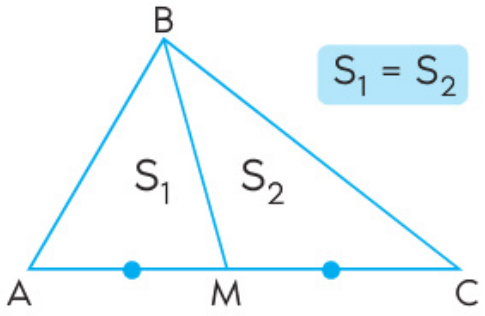
El área de un cuarto de círculo



$A = \frac{\pi r^2}{4}$

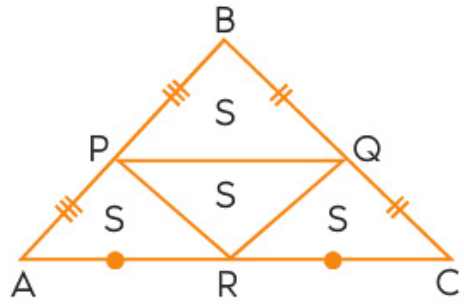
Relación de áreas

1.



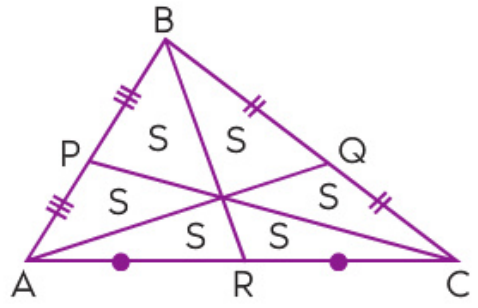
En todo triángulo, al trazar una mediana cualquiera se determinan dos triángulos con regiones de igual área.

2.



En todo triángulo, al unir los puntos medios de los tres lados se determinan cuatro triángulos con igual área.

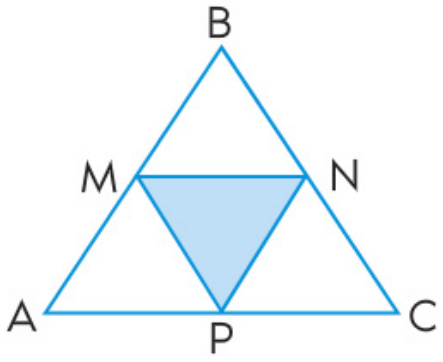
3.



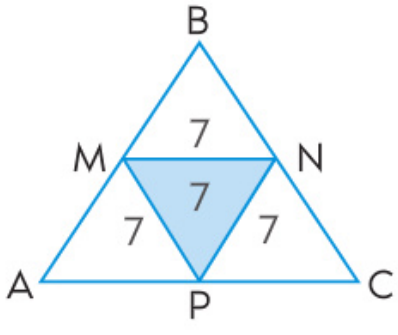
En todo triángulo, al trazar las tres medianas se determinan seis triángulos con regiones de igual área.

Ejemplo 2

El área del triángulo MNP es 7 cm^2. **Calcula** el área del triángulo ABC. M, N y P son puntos medios de los lados.



Resolviendo:

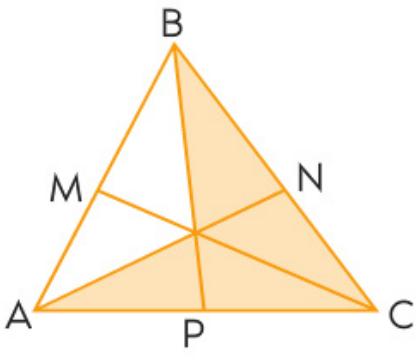


Área = 4·7

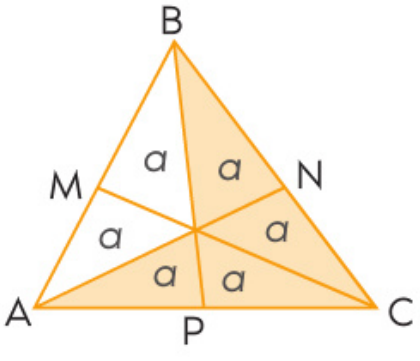
= **28 cm^2**

Ejemplo 3

El área del triángulo ABC es 42 cm^2. ¿Cuál es el área del cuadrilátero sombreado? M, N y P son puntos medios de los lados.



Resolviendo:



- $6a = 42$

  $a = 7$

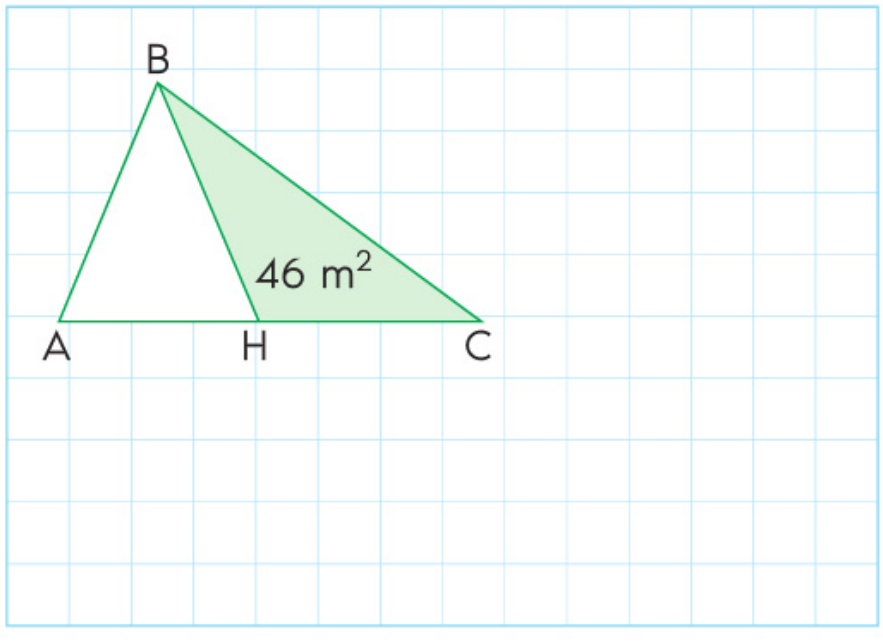
- $4a = 4 \cdot 7$

  = **28 cm^2**

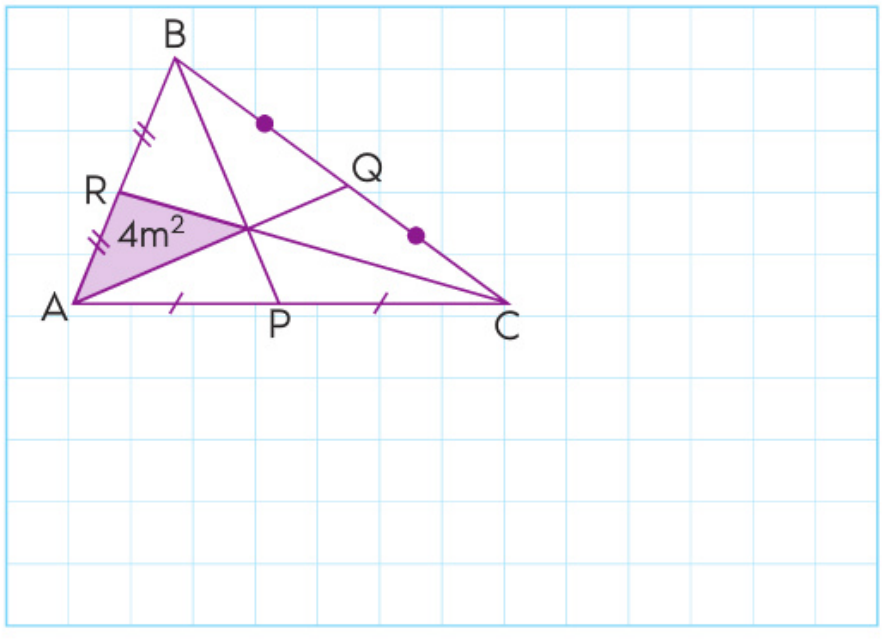
Razonamiento Matemático

Nivel básico

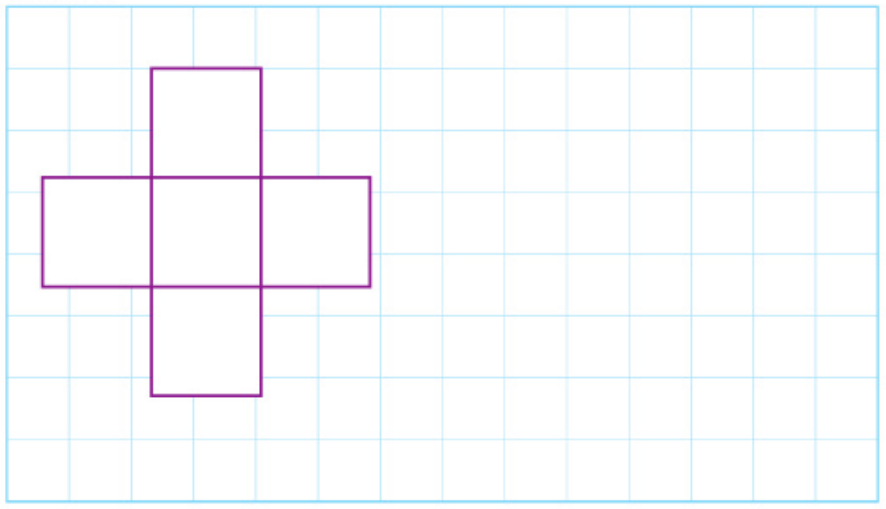
1 **Calcula** el área del triángulo ABH(AH = HC).



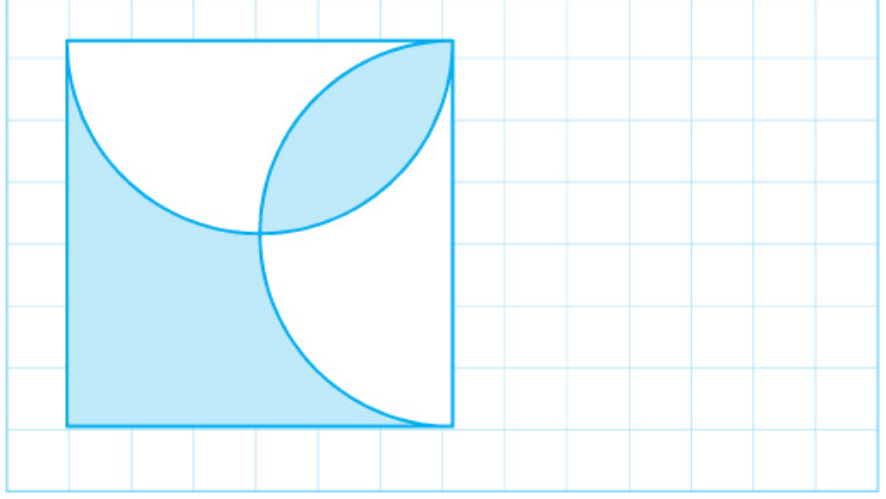
2 **Calcula** el área del triángulo ABC si P, Q y R son puntos medios.



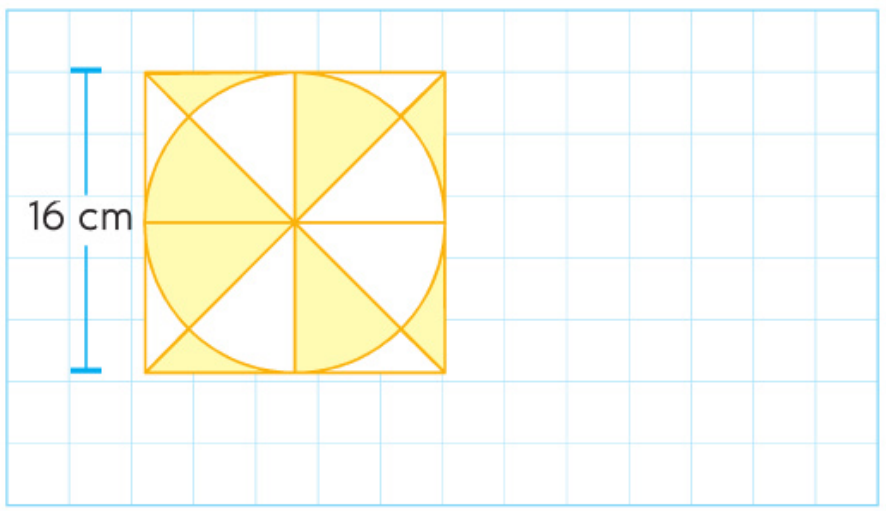
3 El área de la figura formada por cuadrados iguales es 80 m^2. ¿Cuál es el perímetro de la cruz?



4 Si el lado del cuadrado mide 12 cm, **halla** el área de la región sombreada.

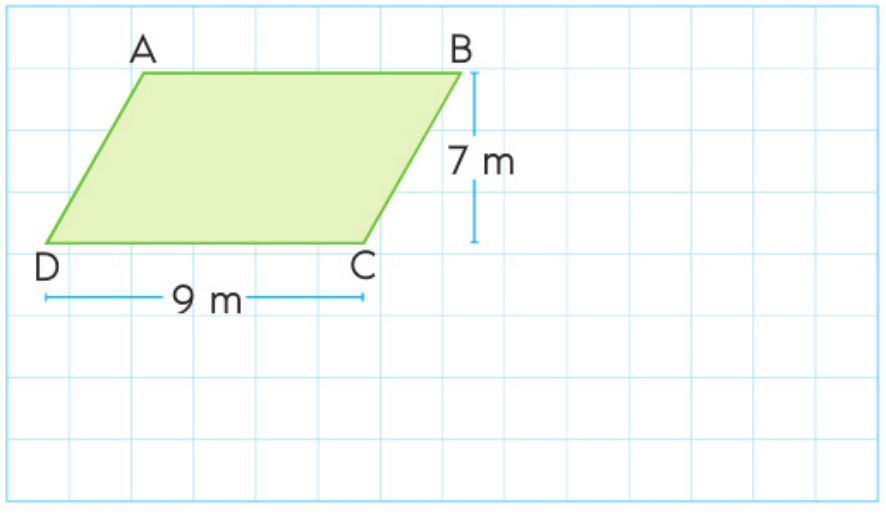


5 **Halla** el área de la región sombreada:

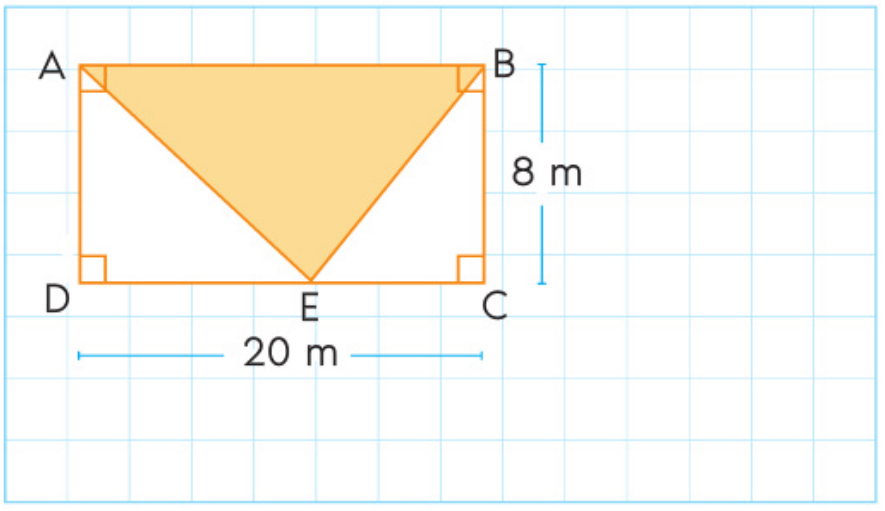


Nivel intermedio

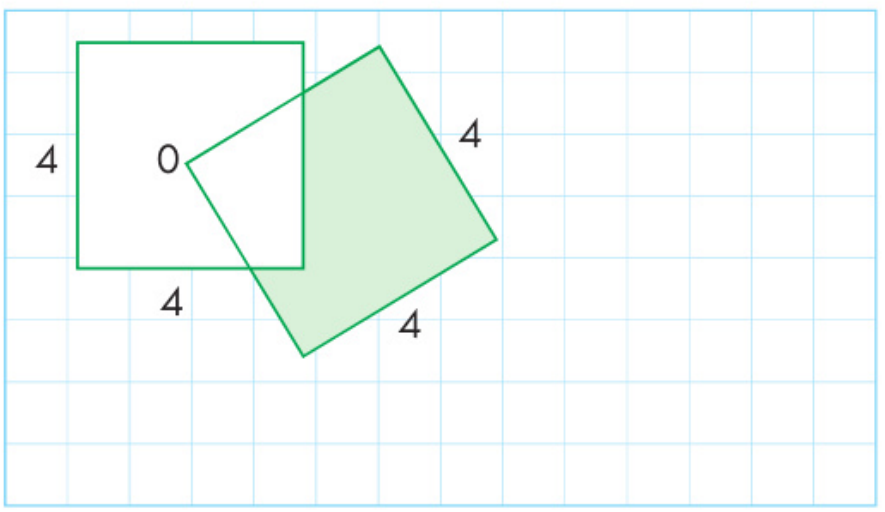
6 **Calcula** el área de la región sombreada, si ABCD es un romboide.



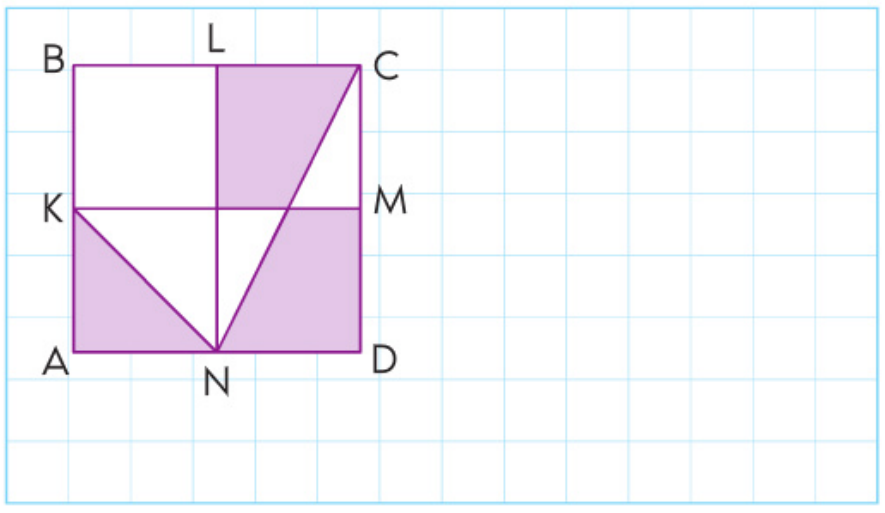
7 **Calcula** el área de la región sombreada:



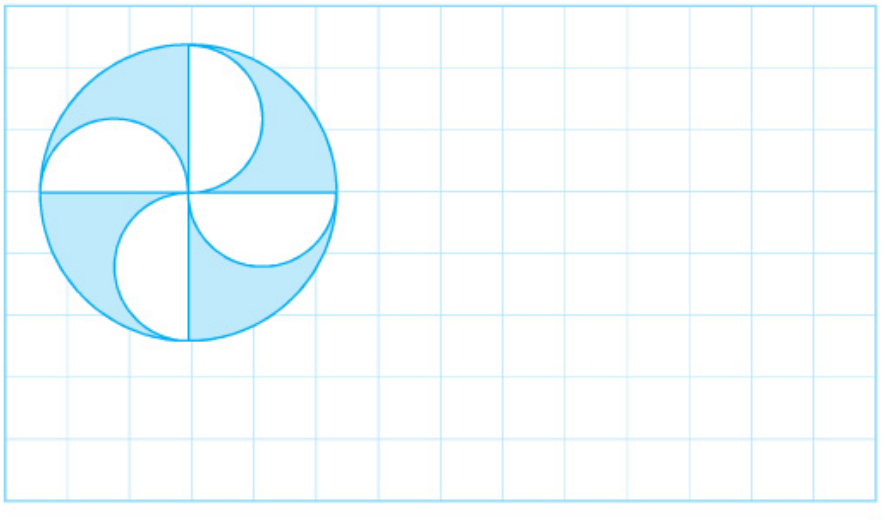
8 Los cuadrados de la figura tienen 4 cm de lado, y el centro de uno de ellos es "0". **Calcula** el área de la parte sombreada.



9 El lado del cuadrado ABCD mide 8 cm. Si K, L, M y N son puntos medios de los lados, ¿cuánto mide el área de las regiones sombreadas?

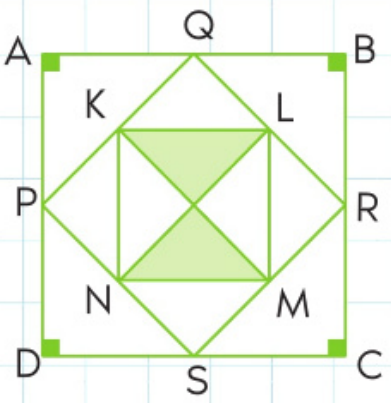


10 Si el área de cada semicírculo es 16 π, **calcula** el área de la región sombreada:

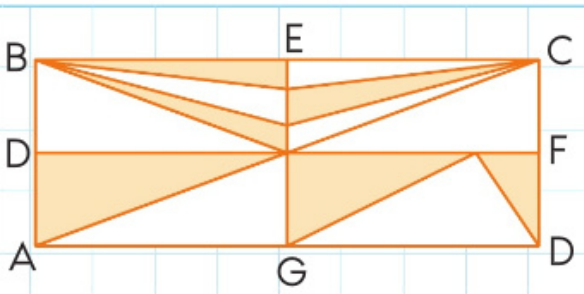


Nivel avanzado

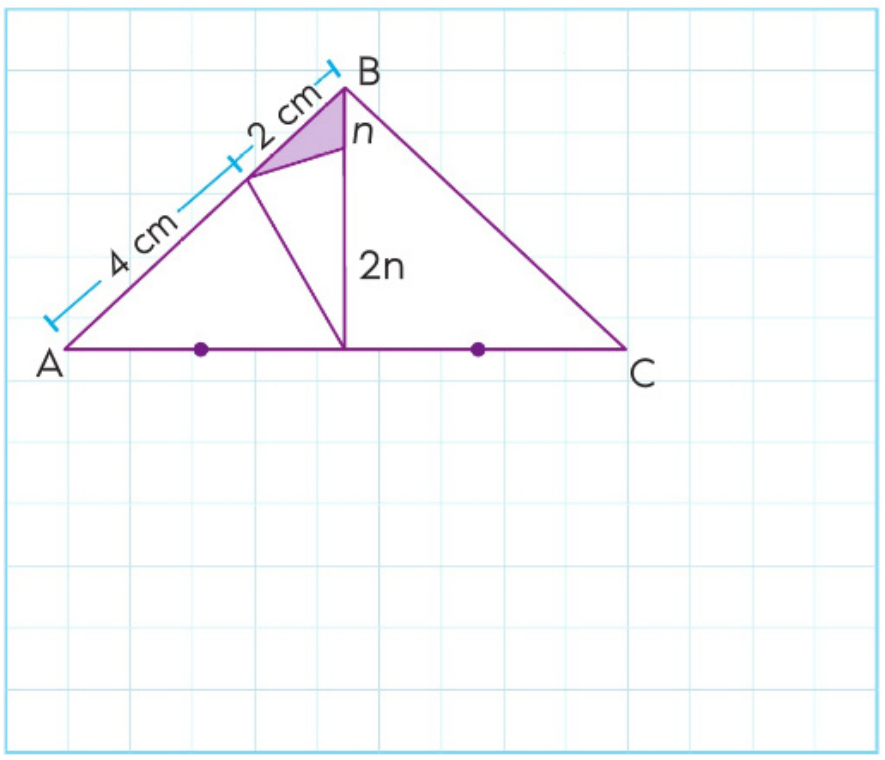
11 En el cuadrado ABCD, P; Q; R; S; K; L; M y N son puntos medios de los respectivos lados. ¿Cuánto mide el área de la región sombreada si el lado del cuadrado mide 8 cm?



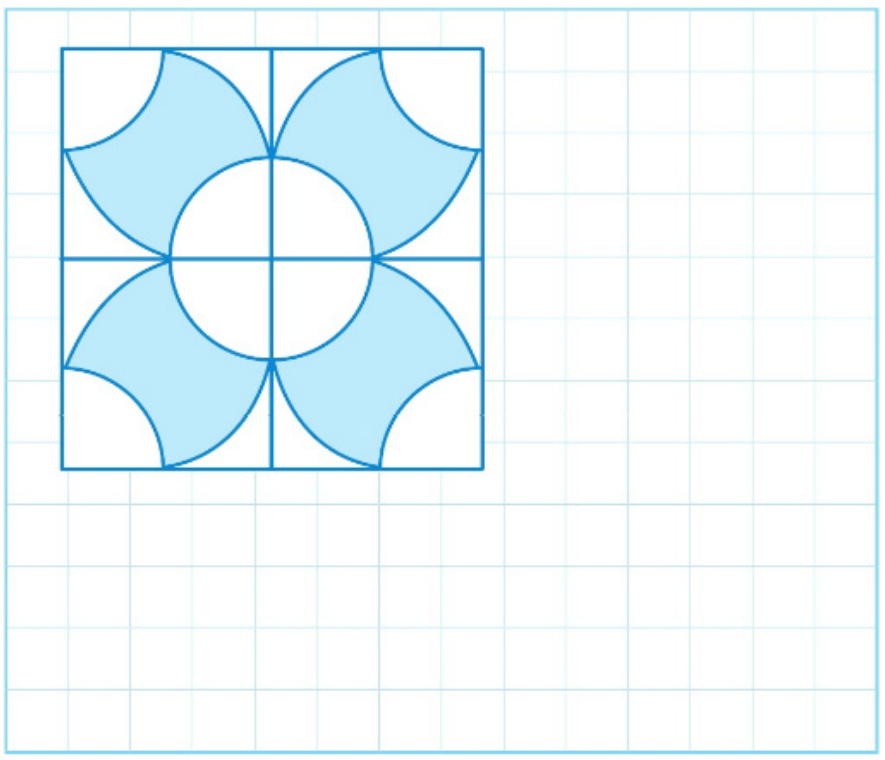
12 La altura del rectángulo ABCD mide 6 cm y la base, el triple de la altura. Si D, E, F y G son puntos medios de los lados del rectángulo, ¿cuál es área de la parte sombreada?



13 **Halla** el área del triángulo ABC si el área de la región sombreada es 3 cm^2.



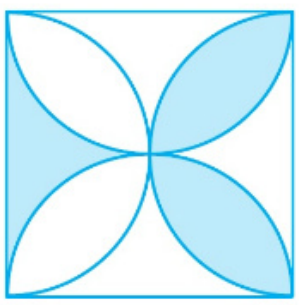
14 Si el área del cuadrado mayor es 64 m^2 y está dividido en 4 cuadrados iguales, **halla** el área de la región sombreada.



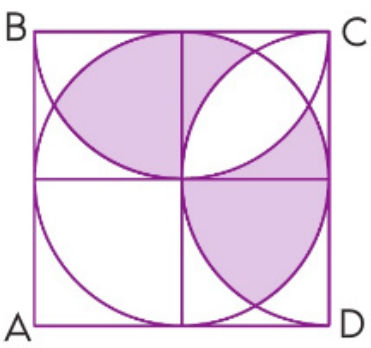
Razonamiento Matemático

Tarea

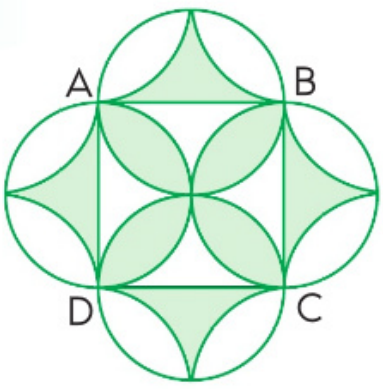
1 **Halla** el área de la región sombreada si el lado del cuadrado es 8 m.



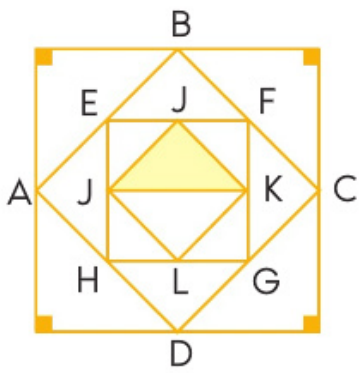
2 Si el perímetro del cuadrado es 8 cm, **halla** el área de la región sombreada.



3 Se tienen 4 círculos y un cuadrado cuyo lado mide 12 cm. **Halla** el área de la región sombreada.



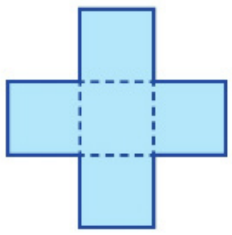
4 **Halla** el área del cuadrado mayor sabiendo que la región sombreada tiene un área de 4 cm^2 y los puntos señalados son puntos medios de sus respectivos lados.



GENIO MATIC

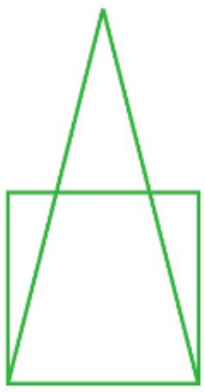
Reforzando - Unidad 8

1 La figura tiene un perímetro de 72 cm y la figura consta de cinco cuadrados de igual tamaño. ¿Cuál es el área de la figura en centímetros cuadrados?



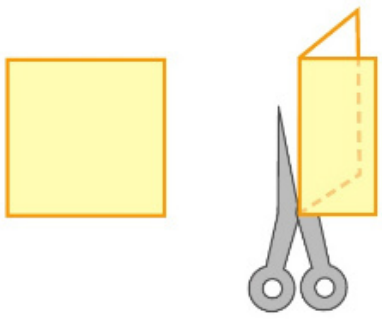
A) 72 B) 120 C) 135
D) 180 E) 30

2 El cuadrado y el triángulo de la figura tienen la misma área. Si el perímetro del cuadrado es 20 cm, ¿cuál es el valor de la altura del triángulo.



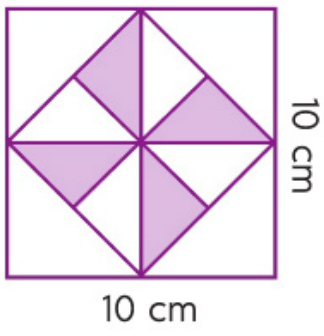
A) 4 cm B) 6 cm
C) 8 cm D) 10 cm
E) 12 cm

3 Una hoja de papel cuadrada se dobla por la mitad y luego se corta, como muestra la figura. Si el perímetro de uno de los dos rectángulos iguales resultantes es 24 cm y uno de los lados del rectángulo mide 4 cm, entonces el área de la hoja de papel es, en centímetros cuadrados:



A) 16 B) 32 C) 64
D) 128 E) 256

4 El área de la región sombreada en la siguiente figura es:

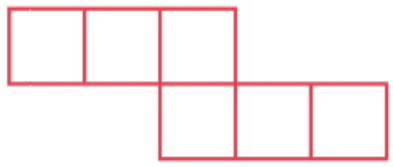


A) 50 cm^2 B) 25 cm^2
C) 12,5 cm^2 D) 7,25 cm^2
E) Ninguna

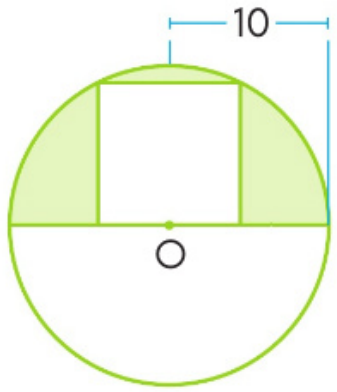
5 La figura que se muestra consiste en 6 cuadrados del mismo tamaño. El área de la figura es de 384 centímetros cuadrados. ¿Cuál es el perímetro de la figura, en centímetros?

Olimpiadas nacionales e internacionales

A) 84 B) 96
C) 112 D) 126
E) 132

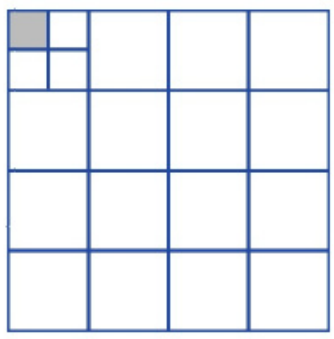


6 Halla el área de la parte sombreada de la figura:

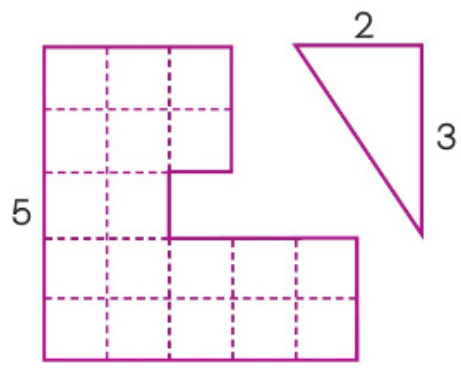


A) $60\pi - 30$
B) $50\pi + 80$
C) $20\pi + 80$
D) $50\pi - 80$
E) $10\pi + 30$

7 El lado del cuadrado gris mide 2 cm. ¿Cuál es el perímetro del cuadrado grande?

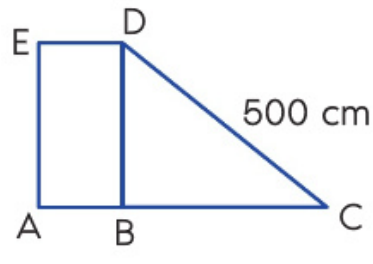


8 ¿Será posible rellenar la figura de la izquierda con triángulos iguales al de la derecha?



9 Un rectángulo ABCD tiene 96 cm de perímetro, donde AB = 3 BC . En cada vértice se corta, como muestra la figura, un triángulo rectángulo isósceles de 2 cm de cateto. Calcula el área del octógono así formado.

10 El polígono ACDE tiene 1400 cm de perímetro. ABDE es un rectángulo. CD = 500 cm. AB = 1/4 BC y BD = 3AB. ¿Cuál es el perímetro del triángulo BCD?



Descarga una aplicación para escanear códigos QR en la tienda de tu Smartphone para ver las lecciones de este libro en video.

GENIO MATIC
INFORMES Y PEDIDOS
Jr. Flosferri 616 - Lima 36
(01) 767 0437
912 841 287
geniomaticeirl@gmail.com

Edición Digital
2021